

109 液体メニスカスが局在する固体面間に生ずる液体反力の解析 (平行平面間の場合)

Analytical Study of Dynamic Force between Solid Surfaces

Linked by a Liquid Meniscus Bridge

学 森下 裕司 (鳥取大・学生) 正 松岡 広成 (鳥取大・工)

正 福井 茂寿 (鳥取大・工)

Hiroshi MORISHITA, Graduate School, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori

Shigehisa FUKUI, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori

Hiroshige MATSUOKA, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori

The dynamic force between solid plane surface linked by a liquid meniscus bridge was analysed assuming small vibration of the spacing. The infinite width meniscus and the finite meniscus ring were considered as analytical models. The incompressible Reynolds equation was solved under the Laplace pressure boundary condition and the solution was linearized by the small vibration assumption. The derivation of the solutions and the differences by the models were discussed. It was found that the pressure and the load carrying capacity in the linearized analysis had three terms, i.e., squeeze term by the viscosity of liquid, spring term by the dynamic Laplace pressure and static meniscus force term.

Key Words : Head Disk Interface, Meniscus Bridge, Dynamic Force, Meniscus Force, Squeeze Force, Laplace Pressure, Reynolds Equation, Linearized Solution

1. はじめに

ハードディスクにおける記録密度の向上のため、様々な研究・開発が行われている。現在、ハードディスクに用いられている浮動ヘッドスライダは、空気膜を介して 30nm 以下の浮上量が達成されている。しかし、さらなる高記録密度化のためには浮上量の低減が必須であり、その場合にスライダと記録媒体との接触が避けられない状況となる。そこで、ニアコンタクトあるいはコンタクト方式といった新しいヘッド・ディスクインターフェース (HDI) 方式が考案され、研究が進められている⁽¹⁾。

この新しいコンタクト (HDI) 方式では、コンタクトヘッドスライダと記録媒体が接触するため、従来の空気膜浮上方式とは全く異なる解析や設計が必要となる。その一つとして、ヘッドと液体膜の接触部に形成されるメニスカスが挙げられる。これまでに、静的なメニスカス力についての研究はかなり行われており、その特性が明らかにされてきた。しかし、ディスクのうねりや外乱などにおけるスライダの変動により液体領域に発生する液体反力についての研究は、ほとんど行われていない。

本研究では、動的なメニスカス解析の簡単な例として、非常に狭いすきまを持つ固体面間に液体のメニスカスを局在させ、固体面を微小振動させた場合の液体領域内に発生する液体反力 (圧力・負荷容量) の解析を行い、その基本動特性を明らかにした。また、微小振動時のメニスカスの境界位置および圧力分布の変動の様子を時間推移のアニメーションにし、視覚的にも認識できるようにした。

2 解析モデルおよび基礎式

ここでは、解析に用いたモデルについて述べる。

2.1 メニスカスおよび固体面形状のモデル

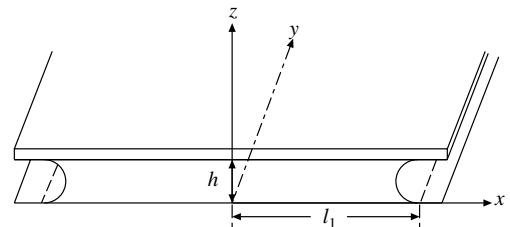
本研究で用いたメニスカスおよび固体面形状のモデルを

Fig. 1に示す。それぞれの場合についての説明は以下の通りである。

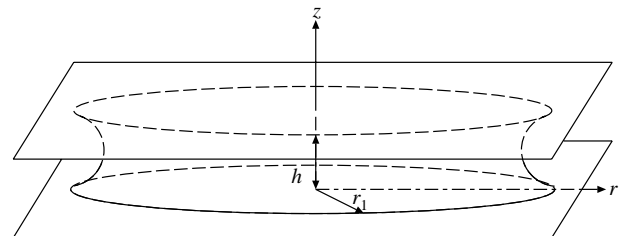
(i) 平行平面間・無限幅メニスカス：平行平面間に無限幅のメニスカスが形成される。

(ii) 平行平面間・円環メニスカス：平行平面間に円環状のメニスカスが形成される。

以後、この二つのモデルについて解析を行う。



(i) infinite width meniscus between parallel planes



(ii) meniscus ring between parallel planes

Fig. 1 Geometry of solid surface and meniscus bridge

2.2 解析に用いる仮定

液体反力の導出の際に用いる仮定について以下に述べる。

- (1) 液体は非圧縮である。
- (2) 熱力学的に平衡である。
- (3) 接触角は 0° である。

- (4)上面の振動は微小振動であり、その速度も微小である。
- (5)固体表面は平滑である。
- (6)メニスカスの断面形状は常に円の一部分である。
- (7)局在する液体膜の全質量は変化しない。
- (8) $h/l_1, h/r_1$ は十分小さい。

2.3 解析に用いる基礎式

液体反力の解析を行うにあたり、流体潤滑の基礎方程式である Reynolds 方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12\eta_0 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.1)$$

また、Fig. 2 に示すように、メニスカスが形成される境界位置での圧力は Laplace 圧力と呼ばれ、次式で与えられる⁽²⁾。

$$p_2 - p_1 = -\gamma \left(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (2.2)$$

ここで、 p_1, p_2 は気体および液体の境界面近傍での圧力であり、 r_m, r_1 はメニスカスおよび円環メニスカスの半径、 γ は表面張力である。メニスカスが形成される境界部において式(2.2)を境界条件として式(2.1)を解くことにより、液体領域に発生する液体反力を求める。また、Fig. 2 において上面が微小振動した場合、仮定(7)よりメニスカスの境界位置およびメニスカス半径が変動することに注意する。

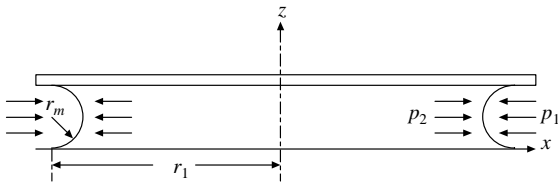


Fig. 2 Laplace pressure

3. 平行平面間・無限幅メニスカスの場合の解析結果

ここでは Fig. 1(i) について、上面を微小振動させた場合の液体反力（圧力・負荷容量）の導出を行う。

式(2.1)において2面が平行、すなわち $h=h(t)$ で y 方向に無限幅の場合、

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{12\eta_0}{h(t)^3} \frac{\partial h(t)}{\partial t} \quad (3.1)$$

と変形できる。平均すきま h_0 で2面間に液体が局在し、上面が微小振動する場合の2面間のすきまを次式で表す。

$$h(t) = h_0 (1 + \delta(t)) \quad (3.2)$$

すなわち、平均すきま h_0 に対する変動の割合を $\delta(t)$ する。仮定(4)より、

$$\delta(t) \ll 1, \quad \dot{\delta}(t) \ll 1 \quad (3.3)$$

である。次に、式(3.2)を式(3.1)に代入し積分すると、圧力は次式で与えられる。ただし、 A, B は積分定数である。

$$p = \frac{6\eta_0}{h_0^2} x^2 \dot{\delta}(t) + Ax + B \quad (3.4)$$

ここで、仮定(4)より $\delta(t) \dot{\delta}(t)$ の項を2次の微小量として無視した。

次に境界位置の導出を行う。上面が変動する際、仮定(7)より Fig. 3 で示すようにメニスカスの境界位置も変動する。そ

こで平均すきま h_0 における境界位置を l_{10} 、メニスカス半径を r_{m0} とおき、変動後のすきま $h(t)$ における境界位置を $l_1(t)$ 、メニスカス半径を $r_m(t)$ とおくと、メニスカス半径は、それぞれ、

$$r_{m0} = \frac{1}{2} h_0 \quad (3.5)$$

$$r_m(t) = \frac{1}{2} h(t) \quad (3.6)$$

となる。次に、変動後の境界位置 $l_1(t)$ を導出する。変化前の液体の体積の半分を V_0 、変化後の体積の半分を $V(t)$ とおくと、

$$V_0 = l_{10} h_0 - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{h_0}{2} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$V(t) = l_1(t) h(t) - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{h(t)}{2} \right)^2 \quad (3.8)$$

となる。仮定(7)より非圧縮の場合の質量保存を用いると、式(3.7)、(3.8)より次の関係が成り立つ。

$$l_{10} h_0 - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{h_0}{2} \right)^2 = l_1(t) h(t) - \frac{1}{2} \pi \left(\frac{h(t)}{2} \right)^2 \quad (3.9)$$

これより、式(3.2)を代入し $l_1(t)$ について解けば、

$$l_1(t) \approx l_{10} (1 - \delta(t)) \quad (3.10)$$

となる。ここで、仮定(8)より $(h_0/l_{10})\delta(t)$ の項は2次の微小量として無視した。式(3.10)は、上面が平均すきま h_0 から $\delta(t)$ の割合で変動する場合、境界位置は l_{10} から $-\delta(t)$ の割合で変動することを示す。つまり、すきま量が増加すると液体の質量を一定に保つため、境界位置は減少する方向へ移動することを示している。

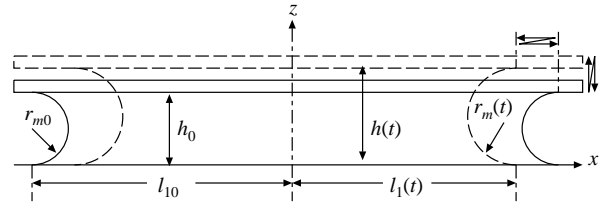


Fig. 3 Change of meniscus boundary by spacing vibration

次に境界条件を考える。

- (i) $x=0$ において、圧力は z 軸に対称な分布をとる。つまり、

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (3.11)$$

- (ii) 境界位置 $x=l_1(t)$ において、式(2.2)より境界部の圧力は、

$$p = -\gamma \left(\frac{1}{r_m(t)} \right) \approx -\frac{2\gamma}{h_0} (1 - \delta(t)) \quad (3.12)$$

となる。ただし、式(2.2)において $r_1(t)$ は h_0 とした。

式(3.11)、(3.12)を式(3.4)に用いると積分定数 A, B は、

$$A = 0, \quad (3.13)$$

$$B \approx -\frac{6\eta_0}{h_0^2} l_{10}^2 \dot{\delta}(t) + \frac{2\gamma}{h_0} \delta(t) - \frac{2\gamma}{h_0} \quad (3.14)$$

となる。ただし、仮定(4)より $\delta(t) \dot{\delta}(t)$ の項を2次の微小量として無視した。これより、式(3.4)の発生圧力 $p(x,t)$ は次式で求められる。

$$p(x,t) = \frac{6\eta_0}{h_0^2} (x^2 - l_0^2) \dot{\delta}(t) + \frac{2\gamma}{h_0} \delta(t) - \frac{2\gamma}{h_0} \quad (3.15)$$

式(3.15)より、発生圧力は、右辺第一項が粘性によるスクイズ項(減衰項)、第二項が動的ラプラス圧によるばね項、第三項が静的ラプラス圧によるメニスカス力項で表されることがわかる。

Fig. 4は、圧力分布およびメニスカスのアニメーションの一部を載せたものである。また、今回用いたパラメータは以下の通りである。ここで、上面の変動は正弦波状の微小振動とした。

$$\begin{aligned} f &: 100\text{Hz} & \gamma &: 75 \times 10^{-3}\text{N/m} \\ h_0 &: 0.5\text{mm} & \delta &: 1.0 \times 10^{-3}\sin(\omega t) \\ l_0 &: 5.0\text{mm} & h_0 &: 1.0 \times 10^{-3}\text{Pa}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

Fig. 4より、圧力が負の値を取ることがわかる。これは今回用いたパラメータにおいて、境界位置におけるLaplace圧力がスクイズ圧力に対して大きいためである。しかし、すきま変動の振動数を大きくし、静的Laplace圧力に対してスクイズ圧力が大きくなると圧力は正の値をとる。

また、式(3.15)が境界位置では本来、Laplace圧を満たさなければならないのに対し、実際はそれを満たしていない。これは圧力導出の際に、 $\dot{\delta}(t)$ を微小量として近似解法を行ったために、正確には境界条件を満たさなくなったのが原因と考えられる。しかし、すきま変動の振動数を小さくすることにより、境界条件を限りなく満たすことができる。

次に、式(3.15)より単位長さあたりの負荷容量 $F(t)$ を求めると、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F(t) &= 2 \int_0^{l_0} p(x,t) dx \\ &\approx -\frac{8\eta_0 l_0^3}{h_0^2} \dot{\delta}(t) + \frac{8\gamma l_0}{h_0} \delta(t) - \frac{4\gamma l_0}{h_0} \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで、仮定(4)より $\delta(t)^2$ の項を2次の微小量として無視した。

式(3.16)より、負荷容量は圧力と同様に、右辺第一項が粘性によるスクイズ項(減衰項)、第二項が動的ラプラス圧によるばね項、第三項が静的ラプラス圧によるメニスカス力項で表されることがわかる。また、Fig. 5は負荷容量の時間推移を表したグラフである。

これより、負荷容量が負の値を取ることがわかる。これは今回用いたパラメータにおいて、メニスカス力がスクイズ力に対して大きいためである。しかし、すきま変動の振動数を大きくしメニスカス力に対してスクイズ力が大きくなると、負荷容量は正の値をとる。ただし、計算条件は圧力の場合と同じとした。

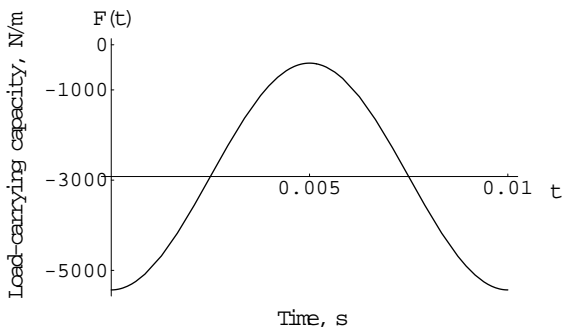


Fig. 5 Load-carrying capacity

4. 平行平面間・無限幅メニスカスの場合の解析結果

ここでは Fig. 1(ii)について、上面を微小振動させた場合の液体反力(圧力・負荷容量)の導出を行う。

式(2.1)の円柱座標系において、圧力 p が円周方向には変化しない($\partial p/\partial \theta = 0$)とすると、

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r h(t)^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) = 12\eta_0 r \frac{\partial h(t)}{\partial t} \quad (4.1)$$

と変形できる。ここで、式(4.1)に式(3.2)を代入し、積分すると、圧力は次式で与えられる。ただし、 A, B は積分定数である。

$$p = \frac{3\eta_0}{h_0^2} \dot{\delta}(t) r^2 - \frac{A(1-3\delta(t))}{h_0^3} \frac{1}{r^2} + B \quad (4.2)$$

ここで、仮定(4)より、 $\delta(t)$ $\dot{\delta}(t)$ の項を2次の微小量として無視した。

次に、境界位置の導出を行う。上面が変動する際、仮定(7)より Fig. 6 で示すように、メニスカスの境界位置も変動する。そこで平均すきま h_0 における境界位置を r_{10} 、メニスカス半径を r_{m0} とおき、変動後のすきま $h(t)$ における境界位置を $r_1(t)$ 、メニスカス半径を $r_m(t)$ とおくと、メニスカス半径は、それぞれ、

$$r_{m0} = \frac{1}{2} h_0 \quad (4.3)$$

$$r_m(t) = \frac{1}{2} h(t) \quad (4.4)$$

となる。次に、変動後の境界位置 $r_1(t)$ を導出する。変化前の液体の体積を V_0 、変化後の液体の体積を $V(t)$ とおくと、

$$V_0 = \pi h_0 r_{10}^2 - \frac{\pi^2}{4} h_0^2 r_{10} + \frac{1}{6} h_0^3 \quad (4.5)$$

$$V(t) = \pi h(t) r_1(t)^2 - \frac{\pi^2}{4} h(t)^2 r_1(t) + \frac{1}{6} h(t)^3 \quad (4.6)$$

となる。仮定(7)より非圧縮の場合の質量保存を用いると、式(4.5)、(4.6)より次の関係が成り立つ。

$$\pi h(t) r_1(t)^2 - \frac{\pi^2}{4} h(t)^2 r_1(t) = V_0 \quad (4.7)$$

ただし、仮定(8)より、 $(h_0/r_{10})^2$ の項を2次の微小量として無視した。これより、式(3.2)を代入し $r_1(t)$ について解くと、

$$\begin{aligned} r_1(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\pi}{4} h_0 (1 + \delta(t)) + \sqrt{\frac{\pi^2}{16} h_0^2 (1 + \delta(t))^2 + \frac{4V_0}{\pi h_0 (1 + \delta(t))}} \right\} \\ &\approx r_{10} \left(1 - \frac{1}{2} \delta(t) \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

となる。ここで、仮定(4)、(8)より $(h_0/r_{10})^2$ および $(h_0/r_{10}) \delta(t)$ の項は2次の微小量として無視した。これは、上面が平均すきま h_0 から $\delta(t)$ の割合で変動する場合に、メニスカス境界位置は、 r_{10} から $-\delta(t)/2$ の割合で変動することを示す。これより、式(4.8)は平行平面間・無限幅メニスカスの境界位置(式(3.10))に比べ、変動の割合が1/2と小さくなっていることがわかる。

次に境界条件を考える。

(i) $r=0$ において圧力 p は軸対称の分布をとる。つまり、

$$\left. \frac{dp}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad (4.9)$$

(ii) 境界位置 $r=r_1(t)$ において式(2.3)より、境界部の圧力は、

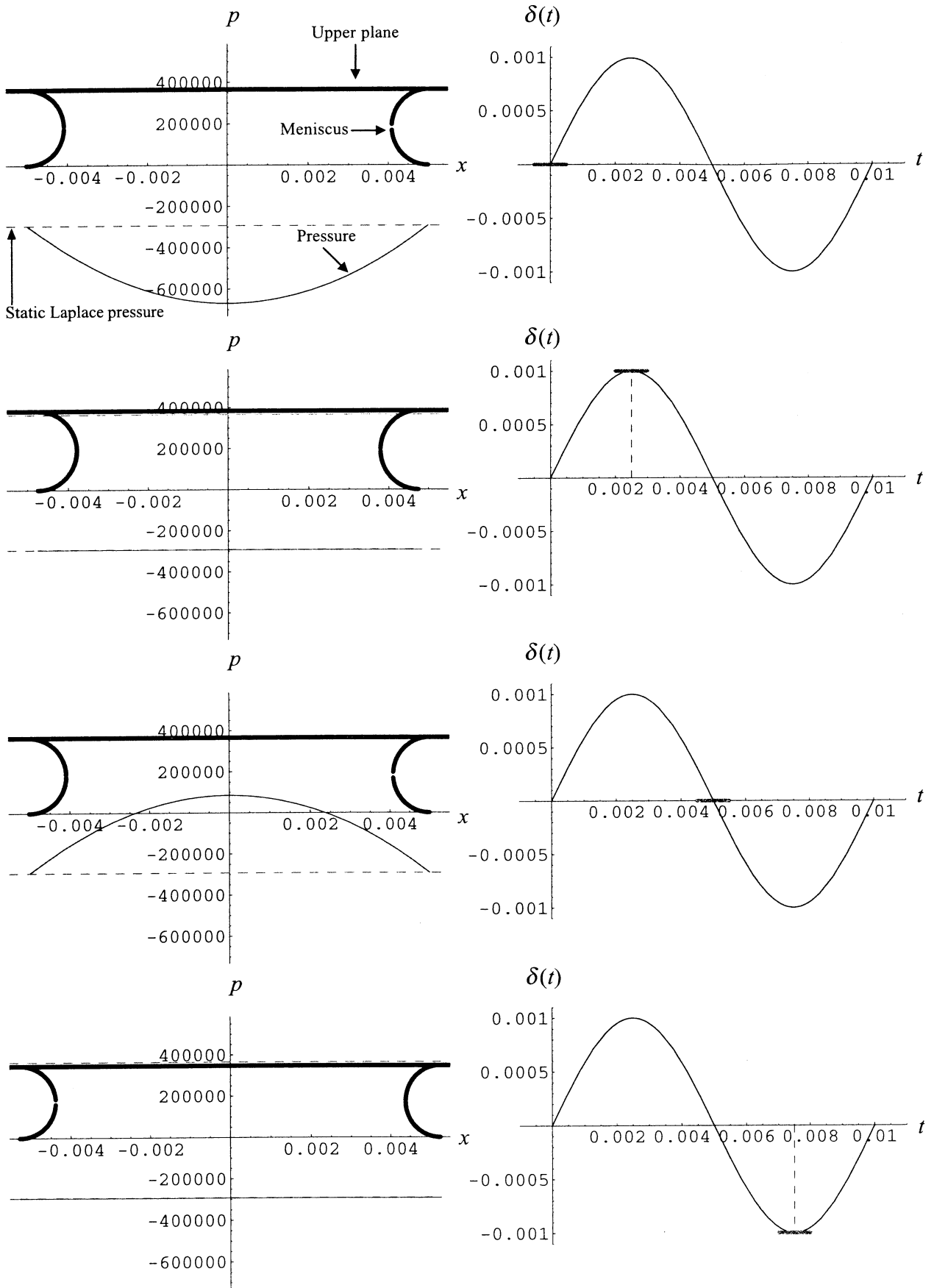


Fig. 4 Pressure distributions and upper plane motion infinite width meniscus between parallel planes

$$p = -\gamma \left(\frac{1}{r_m(t)} - \frac{1}{r_1(t)} \right) \approx -\gamma \left(\frac{2}{h_0} (1 - \delta(t)) - \frac{1}{r_{10}} \left(1 + \frac{1}{2} \delta(t) \right) \right) \quad (4.10)$$

となる。式(4.9)、(4.10)を式(4.2)に用いて、積分定数 A, B について解くと、

$$A = 0, \quad (4.11)$$

$$B = -\frac{3\eta_0 r_{10}^2}{h_0^2} \delta(t) + \gamma \left(\frac{2}{h_0} + \frac{1}{2r_{10}} \right) \delta(t) - \gamma \left(\frac{2}{h_0} - \frac{1}{r_{10}} \right) \quad (4.12)$$

となる。ここで、仮定(4)より $\delta(t) \dot{\delta}(t)$ の項を2次の微小量として無視した。

これより、式(4.2)の発生圧力 $p(r, t)$ は、次式で求められる。

$$p(r, t) = \frac{3\eta_0}{h_0^2} (r^2 - r_{10}^2) \delta(t) + \gamma \left(\frac{2}{h_0} + \frac{1}{2r_{10}} \right) \delta(t) - \gamma \left(\frac{2}{h_0} - \frac{1}{r_{10}} \right) \quad (4.13)$$

式(4.13)より、発生圧力は右辺第一項が粘性によるスクイズ項(減衰項) 第二項が動的ラプラス圧によるばね項、第三項が静的ラプラス圧によるメニスカス力項で表されることがわかる。

Fig. 7は圧力およびメニスカスのアニメーションの一部を載せたものである。また、今回用いたパラメータは $r_{10} = 5.0\text{mm}$ とし、他は無限幅メニスカスの場合と同じ値を使用した。ここで、圧力が負の値を取ることがわかる。これは今回用いたパラメータにおいて、境界位置におけるLaplace圧力がスクイズ圧力に対して大きいためである。しかし、すきま変動の振動数を大きくし、静的Laplace圧力に対してスクイズ圧力が大きくなると圧力は正の値をとる。

また、無限幅の場合と同様、式(4.13)は境界位置では本来、Laplace圧を満たさなければならないのに対し、実際はそれを満たしていない。これは圧力導出の際に、 $\delta(t)$ を微小量として近似解法を行ったために、正確には境界条件を満たさなくなったのが原因と考えられる。しかし、すきま変動の振動数を小さくすることにより、境界条件を限りなく満たすことができる。

次に、式(4.13)より負荷容量 $F(t)$ は次式で与えられる。

$$F(t) = \int_0^{r_1(t)} 2\pi r p(r, t) dr$$

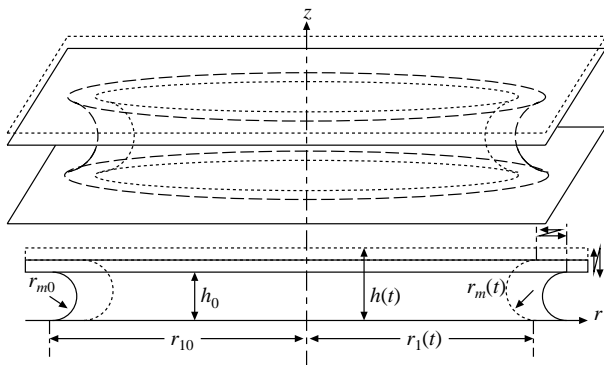


Fig. 6 Change of meniscus boundary by spacing vibration

$$\approx -\frac{3\pi\eta_0 r_{10}^4}{2h_0^2} \delta(t) + 4\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{8r_{10}} \right) \delta(t) - 2\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{2r_{10}} \right) \quad (4.14)$$

ここで、仮定(4)より $\delta(t)^2$ の項を2次の微小量として無視した。

式(4.14)より、負荷容量は圧力と同様に、右辺第一項が粘性によるスクイズ項(減衰項) 第二項が動的ラプラス圧によるばね項、第三項が静的ラプラス圧によるメニスカス力項で表されることがわかる。また、Fig. 8より負荷容量が負の値を取ることがわかる。これは今回用いたパラメータにおいて、スクイズ力がメニスカス力に対して小さいためである。しかし上面変動の振動数を大きくすることにより、負荷容量は正の値をとる。ただし計算条件は、無限幅の場合と同じとした。

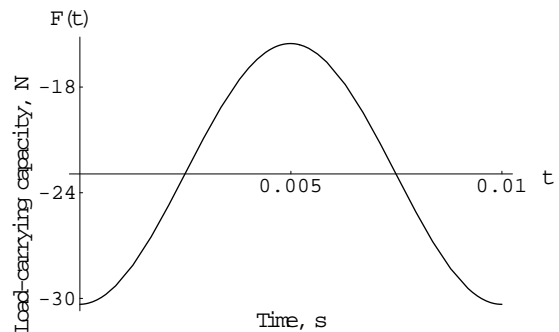


Fig. 8 Load-carrying capacity

5. まとめ

本研究では、微小振動する非常に狭いすきまを持つ固体面間に、液体メニスカスが局在する場合の液体反力の解析を行うことにより、その基本動特性を明らかにした。液体反力は境界条件として液体の表面張力に起因するLaplace圧力を考慮し、Reynolds方程式を解くことにより求めた。

その結果、微小振動する固体面間に生ずる圧力・負荷容量は、粘性によるスクイズ項(減衰項) 動的ラプラス圧によるばね項、静的ラプラス圧によるメニスカス力項で表されることがわかった。

参考文献

- (1)松岡広成、福井茂寿、加藤孝久、諏訪正浩：メニスカスを考慮したコンタクトスライダのダイナミクス解析(追従性と耐摩耗性による制限要因の明確化) IIP2000 情報・知能・精密機器部門講演会講演論文集、p.70、(2000-3)
- (2)ランダウ、リフシッツ、竹内均訳：流体力学1、東京図書(1970)。
- (3)B. J. Hamrock：Fundamentals Of Fluid Film Lubrication, McGRAW-Hill International Editions, Mechanical Engineering Series(1994)。
- (4)小谷仁志：1自由度コンタクトスライダの追従特性(メニスカス力の影響)、東京大学修士論文(1997)。
- (5)山本雄二、兼田もと宏：トライボロジー、理工学社(1998)。
- (6)飯田浩平、小野京右：1自由度コンタクトスライダ接触力に及ぼすスライダ質量、接触剛性および接触減衰の影響、日本機械学会論文集(C編)、第64巻、624号、(1998-8) pp.2894-2902。

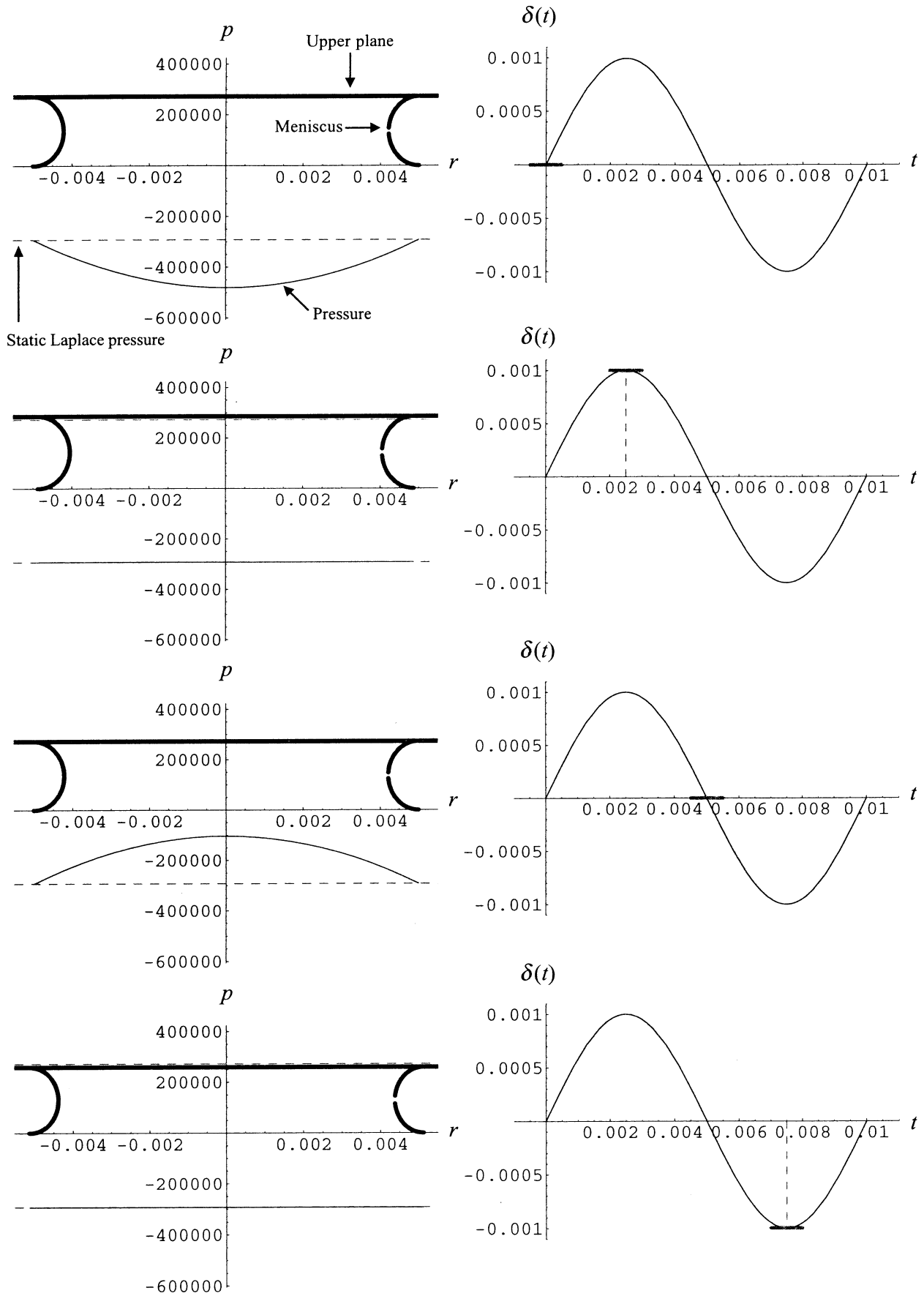


Fig. 7 Pressure distributions and upper plane motion meniscus ring between parallel planes