

107 液体メニスカスが局在する固体面間に生ずる液体反力の解析 (力学系の応答解析)

Analytical Study of Dynamic Force between Solid Surfaces
Linked by a Liquid Meniscus Bridge
(Response of a Mechanical System)

学 森下 裕司 (鳥取大・院) 正 松岡 広成 (鳥取大・工)
正 福井 茂寿 (鳥取大・工)

Hiroshi MORISHITA, Graduate School, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori
Hiroshige MATSUOKA, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori
Shigehisa FUKUI, Tottori University, Minami 4-101, Koyama, Tottori

Spring constants and damping coefficients of menisci were obtained from the dynamic force analysis between solid surfaces linked by a liquid meniscus bridge assuming small vibration of the spacing. As analytical models, the infinite width meniscus, the finite meniscus ring between planes and the finite meniscus ring between a sphere and a plane were considered. It was found that the surface tension of the liquid affects the spring constants and the viscosity of the liquid affects the damping coefficients. The spring constants and the damping coefficients were applied to a mechanical system and the characteristics of vibration transfer through a meniscus bridge were investigated. The effects of the surface tension and the viscosity of the liquid on the amplitude ratio and the phase shift were clarified.

Key Words: Head Disk Interface, Meniscus Bridge, Spring Constant of Meniscus, Damping Coefficient of Meniscus, Mechanical System, Vibration Transfer

1. はじめに

ハードディスクの記録密度向上のため、ハードディスク装置に用いられている浮動ヘッドスライダは、空気膜を介して十数 nm 程度の浮上量が達成されている。さらなる高記録密度化のためには浮上量の低減が必須であり、その場合にはスライダと記録媒体との接触が避けられない状況となる。そこで、ニアコンタクトあるいはコンタクト方式といった新しいヘッド・ディスクインターフェース (HDI) 方式が考案され、研究が進められている⁽¹⁾。

この新しい HDI 方式では、ヘッドスライダと記録媒体が接触するため、従来の空気膜浮上方式とは全く異なる解析や設計が必要となる。その一つとして、ヘッドと液体膜の接触部に形成されるメニスカスが挙げられる。これまでに、静的なメニスカス力についての研究はかなり行われており、その特性が明らかにされてきた。しかし、ディスクのうねりや外乱などにおけるスライダの変動により液体領域に発生する動的な液体反力についての研究は、最近になり始められた。著者らは、非常に狭いすきまを持つ固体面間に液体のメニスカスが局在し、固体面を微小振動させた場合の液体領域内に発生する液体反力 (圧力・負荷容量) の解析を行い、その基本動特性を明らかにした^{(2), (3)}。

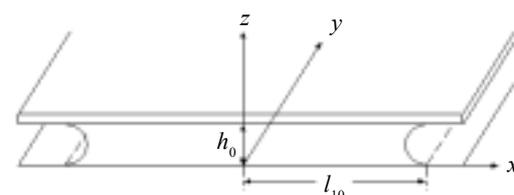
本研究では、この液体反力の解析結果から動的メニスカスのばね定数および減衰係数を導出し、これらを力学系に適用することにより、メニスカスを介した振動伝達特性を明らかにした。

2 解析モデルおよび基礎式

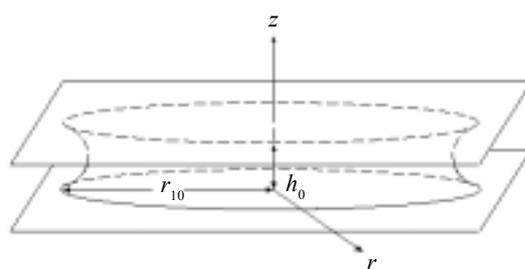
ここでは、解析に用いたモデルについて述べる。

2.1 メニスカスおよび固体面形状のモデル

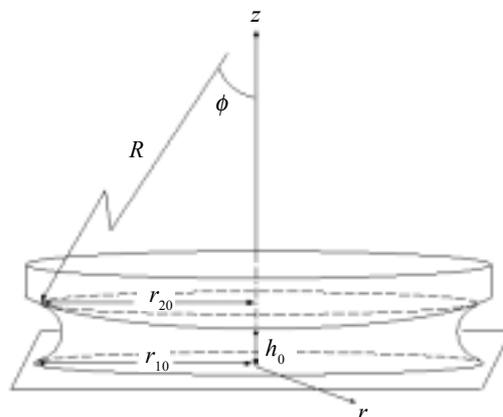
本研究で用いたメニスカスおよび固体面形状のモデルを Fig. 1 に示す。それぞれについての説明は以下の通りである。



(i) Infinite width meniscus between parallel planes



(ii) Meniscus ring between parallel planes



(iii) Meniscus ring between a sphere and a plane

Fig. 1 Geometry of solid and Meniscus bridge

(i)平行平面間・無限幅メニスカス：平行平面間に無限幅のメニスカスが形成される。

(ii)平行平面間・円環メニスカス：平行平面間に円環状のメニスカスが形成される。

(iii)球面平面間・円環メニスカス：球面平面間に円環形状のメニスカスが局在する場合

以後、この三つのモデルについて解析を行う。

2.2 解析に用いる仮定

液体反力の導出の際に用いる仮定は以下のとおりである。

- (1)液体は非圧縮である。
- (2)熱力学的に平衡である。
- (3)接触角は 0° である。
- (4)上面の振動は微小振動であり、その速度も微小である。

ここで、上面の微小振動は次式で表される($\delta(t) \ll 1$)。

$$h(t) = h_0(1 + \delta(t))$$

- (5)固体表面は平滑である。
- (6)メニスカスの断面形状は常に円の一部分である。
- (7)局在する液体膜の全質量は変化しない。
- (8) $h/l_1, h/r_1$ は十分小さい。
- (9) $l_1/R, r_1/R$ は十分小さい。

2.3 解析に用いる基礎式

液体反力の解析を行うにあたり、流体潤滑の基礎方程式である Reynolds 方程式は次式で与えられる⁽⁴⁾。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 12\eta_0 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.1)$$

また、Fig. 2に示すように、メニスカスが形成される境界位置での圧力は Laplace 圧力と呼ばれ、次式で与えられる⁽⁵⁾。

$$p_2 - p_1 = -\gamma \left(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_1} \right) \quad (2.2)$$

ここで、 p_1, p_2 は気体および液体の境界面近傍での圧力であり、 r_m, r_1 はメニスカスおよび円環メニスカスの半径、 γ は表面張力である。境界条件として、液体の中心部での圧力勾配は0、メニスカスが形成される境界位置において式(2.2)を用いて、式(2.1)を解くことにより、液体領域に発生する液体反力を求める。なお、Fig. 2において上面が微小振動した場合、仮定(7)よりメニスカスの境界位置およびメニスカス半径が変動することに注意する。

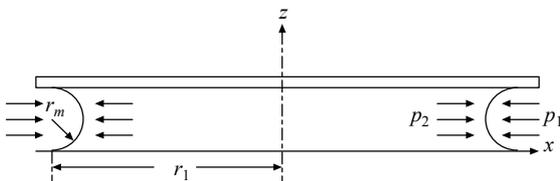


Fig. 2 Laplace pressure

3. 各形状におけるばね定数、減衰係数の導出

各形状 (Fig. 1(i), (ii), (iii)参照) について、上面を微小振動させた場合の液体部分に発生する負荷容量を導出した結果は、次式で与えられる^{(2), (3)}。

・平行平面間・無限幅メニスカス(Fig. 1(i))

$$F(t) \approx -\frac{8\eta_0 l_1^3}{h_0^2} \delta(t) + \frac{8\gamma l_1}{h_0} \delta(t) - \frac{4\gamma l_1}{h_0} \quad (3.1)$$

・平行平面間・円環メニスカス(Fig. 1(ii))

$$F(t) \approx -\frac{3\pi\eta_0 r_{10}^4}{2h_0^2} \delta(t) + 4\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{8r_{10}} \right) \delta(t) - 2\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{2r_{10}} \right) \quad (3.2)$$

・球面平面間・円環メニスカス(Fig. 1(iii))

$$F(t) \approx -6\pi\eta_0 R^2 \left\{ 1 - \frac{1}{1 + (r_{10}^2/2Rh_0)} - \frac{1}{2Rh_0(1 + (r_{10}^2/2Rh_0))^2} \right\} \delta(t) + 4\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{8r_{10}} \right) \delta(t) - 2\pi\gamma r_{10}^2 \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{2r_{10}} \right) \quad (3.3)$$

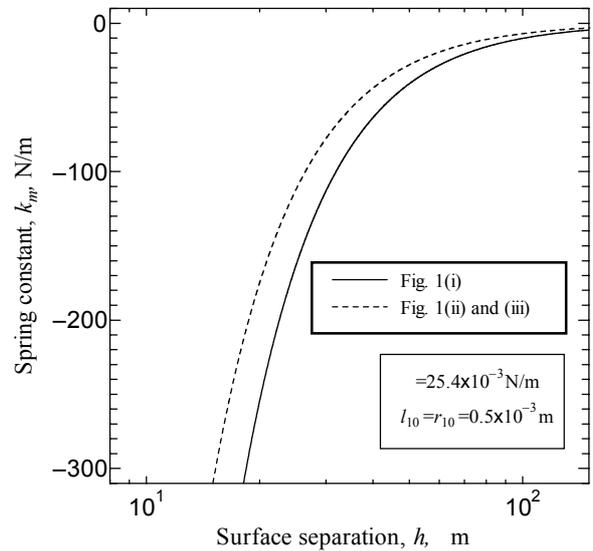


Fig. 3 Spring constants k_m of meniscus

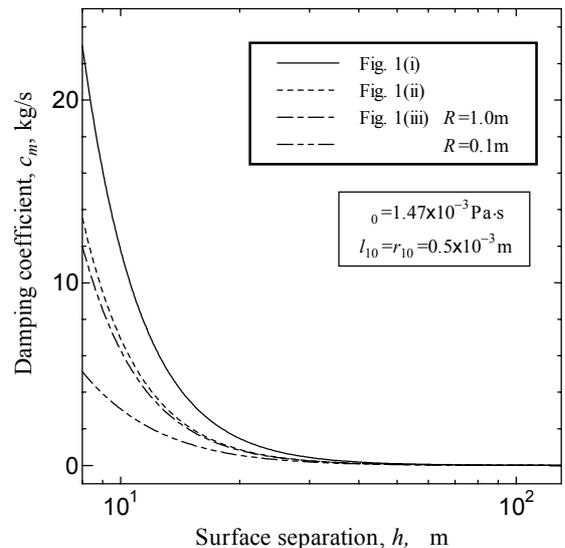


Fig. 4 Damping coefficients c_m of meniscus

式(3.1)~(3.2)から求めた、各メニスカス形状におけるばね定数 k_m および減衰係数 c_m を、Table 1 にまとめる。メニスカスのばね定数 k_m は表面張力 γ に起因し、負の値をとる。減衰係数 c_m は、粘性係数 η_0 に起因した値である。また、円環形状をもつメニスカスのばね定数 k_m については、固体面形状によらず等しいことがわかる。

次にばね定数および減衰係数について、すきま量との関係を Fig. 3, 4 に示す。ただし、平行平面間・無限幅メニスカス (Fig. 1(i)) については、奥行きを 1mm とした。用いた基準パラメータは、表面張力： $\gamma = 24.9\text{mN/m}$ 、粘性係数： $\eta_0 = 1.47\text{mPa}\cdot\text{s}$ 、境界位置： $l_{10} = r_{10} = 0.5\text{mm}$ である。表面張力、粘性係数に関しては、ノルマルドデカンの値である⁽⁶⁾。ばね定数については先ほども述べたように、平行平面間・円環メニスカス (Fig. 1(ii)) と球面平面間・円環メニスカス (Fig. 1(iii)) の値が一致する。また、減衰係数については、球面平面間・円環メニスカス (Fig. 1(iii)) の場合に固体面の曲率 R を大きくしていくと、平行平面間・円環メニスカス (Fig. 1(ii)) の減衰係数に漸近していくことがわかる。

Table 1 Spring constants and damping coefficients of meniscus

	Spring constant, k_m	Damping coefficient, c_m
Fig. 1(i)	$-\frac{8\gamma l_{10}}{h_0^2}$	$\frac{8\eta_0 l_{10}^3}{h_0^3}$
Fig. 1(ii)	$-\frac{4\pi\gamma r_{10}^2}{h_0} \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{8r_{10}} \right)$	$\frac{3\pi\eta_0 r_{10}^4}{2h_0^3}$
Fig. 1(iii)	$-\frac{4\pi\gamma r_{10}^2}{h_0} \left(\frac{1}{h_0} - \frac{1}{8r_{10}} \right)$	$\frac{6\pi\eta_0 R^2}{h_0} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{r_{10}^2}{2Rh_0} \right)} - \frac{r_{10}^2}{2Rh_0 \left(1 + \left(\frac{r_{10}^2}{2Rh_0} \right) \right)^2} \right\}$

4. メニスカスを介した振動伝達特性

4.1 力学系の解析モデル

メニスカス力は、本来 2 面間距離に関する非線形な関数であるが、仮定(4)より微小振動を仮定することから、Fig. 5 に示すように線形化される。下面を $A_m \sin \omega t$ で振動させた場合、この系の運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{z} + (c_s + c_m)\dot{z} + (k_s + k_m)z = k_m A_m \sin \omega t + c_m A_m \omega \cos \omega t \quad (4.1)$$

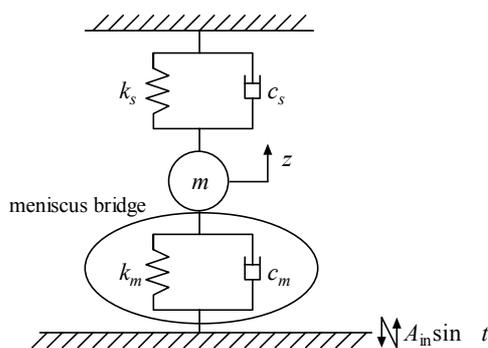


Fig. 5 Dynamic model

ここで、 z ：つりあい位置からの質点の変位、 k_s ：支持部のばね定数、 c_s ：支持部の減衰係数、 k_m ：メニスカスのばね定数、 c_m ：メニスカスの減衰係数、 A_m ：加振振幅、 $\omega = 2\pi f$ ：加振周波数である。

一般的にメニスカスのばね定数は負の値をとることから、 $(k_s + k_m) \leq 0$ であれば、式(4.1)の過渡解が指数関数的に増加し、質点は加振面の振動開始直後に加振面に衝突するか、加振面から遠くへ離れてしまう。一方、 $(k_s + k_m) > 0$ であれば、過渡解は減衰し、式(4.1)の定常解は応答振幅を A_{out} 、位相を φ として

$$z = A_{out} \sin(\omega t - \varphi) \quad (4.2)$$

と表せる⁽⁶⁾。ここで

$$A_{out} = \sqrt{\frac{k_m^2 + c_m^2 \omega^2}{(-m\omega^2 + k_s + k_m)^2 + (c_s + c_m)^2 \omega^2}} A_m \quad (4.3)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{k_m (c_s + c_m) \omega - c_m (-m\omega^2 + k_s + k_m) \omega}{k_m (-m\omega^2 + k_s + k_m) + (c_s + c_m) c_m \omega^2} \quad (4.4)$$

である。式(4.3)より、振幅比 A_{out}/A_m は、

$$\frac{A_{out}}{A_m} = \sqrt{\frac{k_m^2 + c_m^2 \omega^2}{(-m\omega^2 + k_s + k_m)^2 + (c_s + c_m)^2 \omega^2}} \quad (4.5)$$

である。また、系全体の固有振動数 f_n は

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s + k_m}{m}} \quad (4.6)$$

である。

4.2 振幅曲線および位相曲線に対する γ , η_0 の影響

次に、先ほどのパラメータを用いて、振幅比および位相差を考える。ここでは、球面平面間・円環メニスカスの場合 (Fig. 1(iii)) の結果についてのみ示す

振幅比 A_{out}/A_m に対する表面張力 γ と粘性係数 η_0 の影響を、Fig. 6 (a), 7 (a) に示す。表面張力 γ が大きくなるにつれて、メニスカスのばね定数 k_m の絶対値が増加し、式(4.6)より振幅比がピーク値をとる振動数 (系全体の固有振動数) が減少する。また、 k_m の絶対値が増加するにつれて振幅曲線全体が上に押し上げられ、 $\omega \rightarrow 0$ つまり $f \rightarrow 0$ での値も大きくなっていることがわかる (Fig. 6 (a))。これは、式(4.5)において $f \rightarrow 0$ では

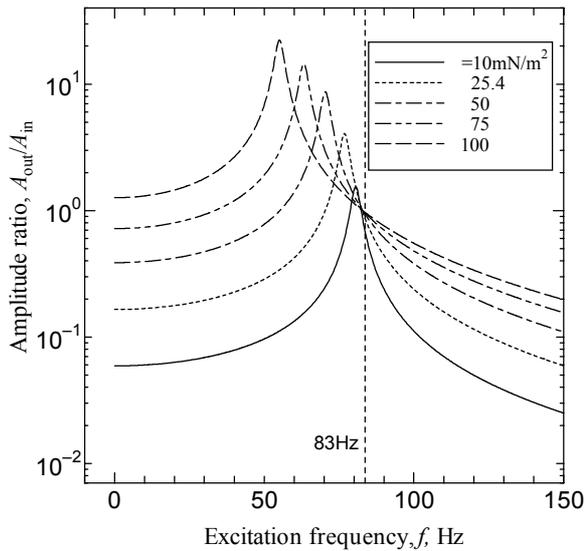
$$\frac{A_{out}}{A_m} = \left| \frac{k_m}{k_s + k_m} \right| \quad (4.7)$$

となるためである。また、 $\gamma \rightarrow 0$ つまり $k_m \rightarrow 0$ において振幅比のピーク値をとる振動数は、メニスカスを無視した支持部のみの固有振動数 f_0

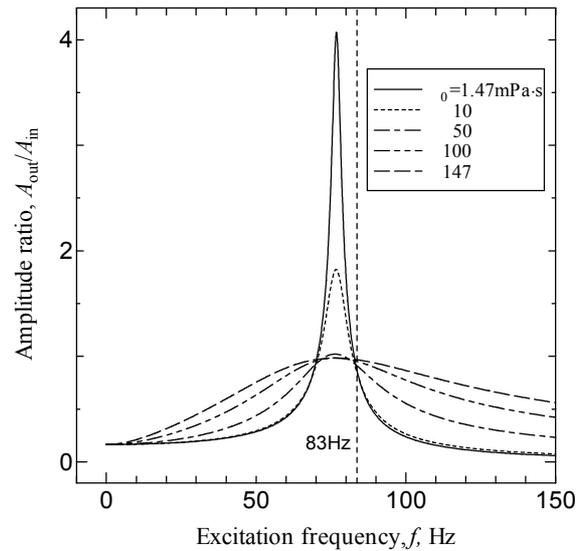
$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m}} \approx 83\text{Hz}$$

に一致する。また、 η_0 が大きくなるにつれて、メニスカスの減衰係数 c_m の値が増加することにより、振幅曲線のピークを不明瞭にし、曲線全体をなだらかにしていることがわかる (Fig. 7 (a))。

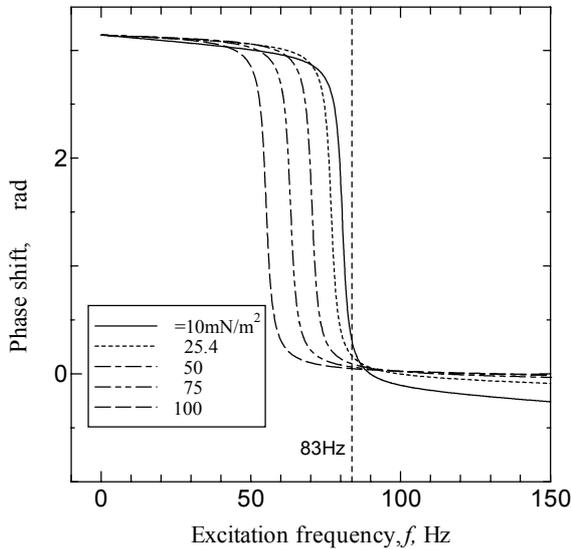
次に位相差 φ に対する表面張力 γ と粘性係数 η_0 の影響を Fig. 6 (b), 7 (b) に示す。表面張力 γ が大きくなるにつれて、メニ



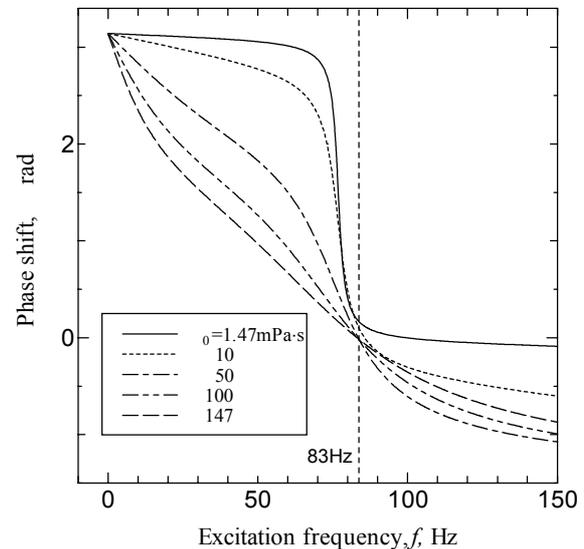
(a) Effect of γ on the amplitude ratio



(a) Effect of η_0 on the amplitude ratio



(b) Effect of γ on the phase shift



(b) Effect of η_0 on the phase shift

Fig. 6 Effect of γ on the amplitude ratio and phase shift ($\eta_0=1.47\text{mPa}\cdot\text{s}$, $R=1\text{m}$)

Fig. 7 Effect of η_0 on the amplitude ratio and phase shift ($\gamma=25.4\text{mN/m}^2$, $R=1\text{m}$)

スカスのばね定数 k_m の絶対値が増加し、振動数 f の変化によりその挙動が変化していることがわかる (Fig. 6 (b))。また、 η_0 が大きくなるにつれて、メニスカスの減衰係数 c_m の値が増加することにより、位相曲線がなだらかになることがわかる (Fig. 7 (b))。また、固有振動数以上の振動数で、 $c_m=0$ のときは位相曲線は急速にほぼ 0 に落ち着くが、 $c_m \neq 0$ では位相差が負になる。

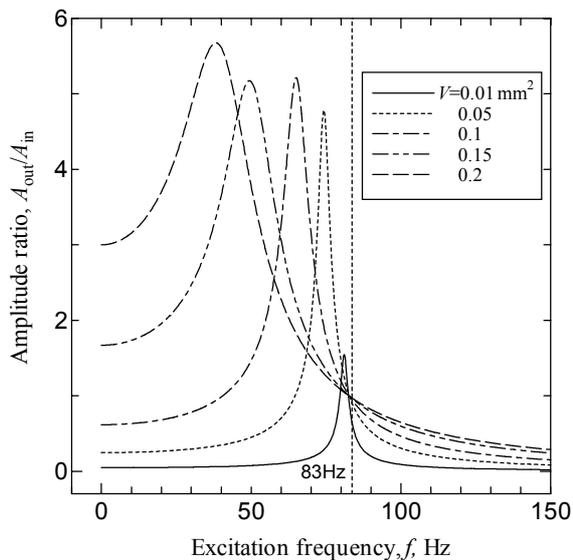
4.3 液量の変化による振幅曲線および位相曲線

液体架橋の液量 V を変化させた場合の振幅比と位相差の関係を図 8 (a), (b) に示す。液量が増加することにより境界位置 l_{10} , r_{10} の値が大きくなることから、Table 1 より k_m , c_m がともに増加することがわかる。これにより、Fig. 6, 7 で説明した変化がともに起こる。すなわち、系全体の固有振動数が低振動数側へシフトし、振幅および位相曲線がなだらかに変化していくことがわかる。

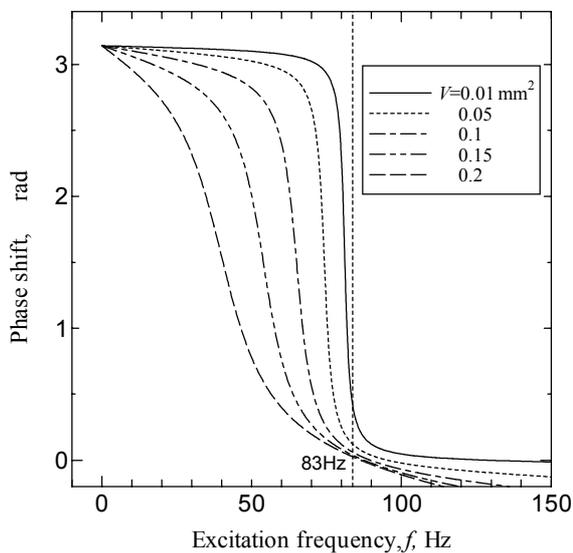
5. まとめ

本研究では、微小振動する非常に狭いすきまをもつ固体面間に液体のメニスカスが局在する場合の液体反力の解析結果から、動的メニスカスのばね定数および減衰係数を導出し、これらを力学系に適用することにより、その基本動特性を明らかにした。

その結果、表面張力 γ が増加すると動的なメニスカスのばね定数 k_m の絶対値が増加し、系全体の固有振動数が低振動数側にシフトすることがわかった。また、粘性係数 η_0 が増加するとメニスカスの減衰係数 c_m が増加し、振幅比のピーク値を不明瞭にし、曲線がなだらかになることがわかった。さらに、液量の変化はメニスカスのばね定数および減衰係数の両方に影響を与え、系全体の固有振動数および振幅、位相曲線の形状を同時に変化させることがわかった。



(a) Effect of γ on the amplitude ratio



(b) Effect of γ on the phase shift

Fig. 4-3 Effect of γ on the amplitude ratio and phase shift
 $(\eta_0=1.47\text{mPa}\cdot\text{s}, \gamma=25.4\text{mN}/\text{m}^2, R=1\text{m})$

謝辞

本研究を進めるにあたり、鳥取大学工学部応用数理工学科学部4年波多野大輔君に協力いただいた。ここに感謝の意を表する。

参考文献

- (1)松岡広成、福井茂寿、加藤孝久、諏訪正浩：メニスカスを考慮したコンタクトスライダのダイナミクス解析（追従性と耐摩耗性による制限要因の明確化） *IIP2000 情報・知能・精密機器部門講演会講演論文集*, p.70, (2000-3).
- (2)森下裕司、松岡広成、福井茂寿：液体メニスカスが局在する固体面間に生ずる液体反力の解析（平行平面間の場合） *IIP2001 情報・知能・精密機器部門講演会講演論文集*, p.43, (2001-3).
- (3)森下裕司、松岡広成、福井茂寿：液体メニスカスが局在する固体面間に生ずる液体反力の解析（固体表面が曲率をもつ場合） *機会学会2001年度年次大会講演論文集*, Vol.IV, p.243, (2001-8).
- (4)B. J. Hamrock : *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, McGRAW-Hill International Editions, Mechanical Engineering Series(1994).
- (5)ランダウ、リフシツ、竹内均訳： *流体力学I*、東京図書(1970).
- (6)松岡広成、福井茂寿、加藤孝久：マクロメカニクスの振動伝達性に関する研究 - 動的ばね定数および減衰係数の周波数依存性 -、 *トライボロジスト*、第45巻、第10号、p.45, (2000).