広

茂

孝

成

寿

久

峃

#

藤

鳥取大学 工学部応用数理工学科

松

福

(〒680-0945 鳥取県鳥取市湖山町南4-101)

加

機械技術研究所機械量子分子工学特別研究室

(〒305-8564 茨城県つくば市並木1-2)

論 文

マクロメニスカスの振動伝達特性 に関する研究 - 動的ばね定数および減衰係数の周波数依存性 -

原稿受付 2000年3月9日 "トライボロジスト"第45巻 第10号 (2000) 757~768

1. はじめに

近年の機械技術の発展により,機械要素,特に 情報機器の小型化は著しい.このような小型機械 システムにおいては,従来無視されていたファン デルワールス力^{1,2)}やメニスカス力³⁾などのいわゆ る表面力が,その動的特性に大きな影響を与える ようになる.例えば,機械要素間の凝着や,空気 中から吸着した水によって形成されるメニスカス 力によって,マイクロマシンの動きが阻害される. また,ハードディスクでは,コンタクト・スター ト・ストップ(CSS)時におけるヘッドスライダと ディスクとの凝着が大きな問題となる.

一方,表面力を利用してより良い機械特性を得 ようとする方法も提案されている.例えば,ハー ドディスクのヘッド・媒体インターフェース(HDI) では,さらなる高記録密度化のために,従来の空 気膜浮上方式HDIに代えてコンタクト方式HDIが 提案されている^{4,5)}.この新方式HDIでは,ディス クのうねりや粗さによるコンタクトヘッドの跳躍 運動が1つの大きな問題となっている^{6,7)}.これに 対し,佐藤らはディスクとヘッドスライダ間に形 成されたメニスカスの吸引力によってヘッドの跳 躍が抑制されることを実験的に示している⁸⁾.ま た,加藤らは,準静的なメニスカス力を考慮して コンタクト方式HDIの動特性シミュレーションを 行い,ヘッドの跳躍現象に及ぼすメニスカス力の 影響を明らかにしている⁹⁾.このように,表面力の 特性,特に動的特性に関する知見は,近い将来の 技術にとって必要不可欠なものであると考えられ る.

ここでは、トライボロジカルな問題にも密接に 関係する表面力の中の1つ、メニスカス力に着目 する、静的なメニスカス力については、これまで 実験的、理論的にかなりの研究が行われてきた. Israelachviliらは、メニスカス力の静的特性を実験 的に研究している¹⁰⁻¹³⁾.Orrらは、メニスカス形状 とメニスカス力について理論的に考察している¹⁴⁾. また、静的メニスカス力の応用研究としては、CSS 特性の研究などがある^{15,16)}.これに対し、動的な メニスカス力の特性に関する研究はほとんどない. Friedenbergらは、メニスカスをVoigtモデルでモデ ル化しているが、そのばね定数は静的な実験から 得られたものであり、2面間距離によらないもの としている¹⁷⁾.Bhushanらは、メニスカス形成にお ける時間依存性について報告している¹⁸⁾.

- Frequency Dependence of the Spring Constant and the Damping Coefficient -

Abstract An apparatus which can measure the dynamic meniscus force was developed and experiments of vibration transfer by liquid meniscus bridge were carried out. It was found that the amplitude ratio and the phase shift obtained by the experiments could be qualitatively explained by the linearlized vibration theory based on a simple mass-springdashpot system. Estimation method of the dynamic spring constant and damping coefficient of the meniscus bridge was established and their frequency dependence was clarified.

A Study on Vibration Transfer Characteristics of Macroscopic Liquid Meniscus Bridge

By Hiroshige MATSUOKA, Shigehisa FUKUI, Department of Applied Mathematics and Physics, Faculty of Engineering, Tottori University (4-101 Minami, Koyama-cho, Tottori-shi, Tottori 680-0945) and Takahisa KATO, Special Research Group on Quantum and Molecular Mechanical Engineering, Mechanical Engineering Laboratory (1-2 Namiki, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8564)

Key Words : meniscus bridge, vibration transfer, dynamic spring constant, damping coefficient, frequency dependence



Fig. 1 Apparatus for investigating the dynamic meniscus shown schematically

本研究では,分子的効果が現れると予想される ナノメータ程度の超微小領域を対象とするための 予備的検討として,まず比較的マクロなメニスカ スによる吸引力を動的に測定する実験装置を開発 し,これを用いた振動伝達実験により得られた結 果から,マクロメニスカスの動的ばね定数および 減衰係数を得るための評価手法を確立し,これら の周波数依存性を明らかにしたので報告する.

2. 実験装置

実験装置の概略を Fig. 1 に示す.光学用の平面 ガラス基板と球面ガラスレンズ(曲率半径 R=10 mm)の間に,実験液体のメニスカスが形成される. 平面ガラス基板は微動用ピエゾステージ上にあり, このピエゾステージによって上下に振動を加える ことができる.一方の球面ガラスレンズは平行板 ばねに取り付けられている.平面ガラス基板の振 動がメニスカスを介してガラスレンズに伝わり, これによる平行板ばねの変位を静電容量形変位計 で測定する.ピエゾステージの入力と変位計の出 力との比較によって,メニスカスの振動応答を求 める.本研究では,強制振動として正弦波を入力 する.この際のパラメータとしては,入力強制振 動(加振)振幅 A_m,入力振動(加振)角周波数 ω = $2\pi f$,固体表面間平均距離 D_0 が挙げられる.また, $D_0 = 25, 50, 100, 250 \text{ mm}, A_{in} = 5 \text{ mm} とし,加振周$ 波数<math>fを変化させて実験を行った.この実験条件で のメニスカス半径は,概略数十~数百 mm 程度で ある.

ピエゾステージは1nm以下の駆動分解能をも ち,かつ100mmの大きな駆動距離をもつサーボ 制御形である.ステージ内部に高精度変位計が含 まれており,変位を測定できる.このステージは 粗動用マイクロステージ上に置かれマイクロス テージの変位は渦電流形変位計によって測定される.

平行板ばねは, りん青銅をワイヤーカットで一体加工したものを用いる.この板ばねのばね定数 $k_{dcs} = 197 \text{ N/m}$,減衰係数 $c_{dcs} = 1.08 \times 10^{-2} \text{ kg/s}$ である.球面レンズを含む板ばね先端の質量 $m = 7.25 \times 10^{-4} \text{ kg}$ であり,このばね・質点系の固有振動数は,83.0 Hzである.装置の中心部を拡大したものを模式的にFig.2に示す.

各センサからの出力は,高速・高精度16 bit A/ D変換器を介してパーソナルコンピュータに取り 込まれる.装置全体を除振台に載せ,クリーン ブース中に置く.

メニスカス形成に用いた液体は,ノルマルドデ カンである.その分子式はC₁₂H₂₆,表面張力は24.9 mN/m,粘度は1.47 mPa·s である¹⁹⁾.



Fig. 2 Schematic of the double cantilever spring -mass - meniscus - flat system

3. 理論

3.1 実験系のモデル化

本研究では,メニスカスが並列のばねとダンパをもつ,つまり,Voigtモデルでレオロジー的にモデル化できると仮定した¹⁷⁾.本実験系のモデル図を,Fig.3に示す.

メニスカス力は,本来2面間距離に関する非線 形な関数であるが,微小振動を仮定すると,Fig.3 に示されたモデルの運動方程式は線形化され,次 式となる.

$$m\ddot{z} + c_{dcs}\dot{z} + k_{dcs}z = -k_m\Delta D - c_m\frac{d\Delta D}{dt}$$
(1)

ここで,z: 釣合位置からの質点の変位, $k_m:$ メニスカスのばね定数, $c_m:$ メニスカスの減衰係数,



Fig. 3 Model of experimental system

 $\Delta D = z - A_{in} \sin \omega t d\Delta D/dt = dz/dt - A_{in} \cos \omega t A_{in} : 加$ $振振幅, <math>\omega$: 加振角周波数である.式(1)を展開し て整理すると,

$$m\ddot{z} + (c_{dcs} + c_m)\dot{z} + (k_{dcs} + k_m)z = k_m A_{in} \sin \omega t + c_m A_{in} \omega \cos \omega t \quad (2)$$

となる.

付録Aに示すように,準静的なばね定数 k_{ms} が負 であることから,一般にメニスカスのばね定数 k_m は負の値をもち,2面間距離に関する非線形な関 数と考えられる.付録Bで詳しく述べているが, $(k_{des} + k_m) \le 0$ であれば,式(2)の過渡解が指数関数 的に増加し,質点は加振面の振動開始直後に平面 ガラス基板に衝突するか,ガラス基板から遠くへ 離れてしまう.一方, $(k_{des} + k_m) > 0$ の場合は,過 渡解は減衰し,式(2)の定常解は応答振幅を A_{out} ,位 相を φ として,

$$z = A_{out} \sin(\omega t - \varphi)$$
 (3)
と表せる.ここで,

$$A_{out} = \sqrt{\frac{k_m^2 + c_m^2 \omega^2}{(-m\omega^2 + k_{dcs} + k_m)^2 + (c_{dcs} + c_m)^2 \omega^2}} A_{in} \quad (4)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{k_m (c_{dcs} + c_m) \omega - c_m (-m\omega^2 + k_{dcs} + k_m) \omega}{k_m (-m\omega^2 + k_{dcs} + k_m) + (c_{dcs} + c_m) c_m \omega^2}$$
(5)

である.式(4)より,振幅比は,

$$\frac{A_{out}}{A_{in}} = \sqrt{\frac{k_m^2 + c_m^2 \omega^2}{(-m\omega^2 + k_{dcs} + k_m)^2 + (c_{dcs} + c_m)^2 \omega^2}}$$
(6)

で得られる.

振幅比 A_{out}/A_{in} と位相差 φ に対する k_m と c_m の影響 の例を,それぞれFig.4およびFig.5に示す.ば ね定数 k_m が負の値をとるため,振幅曲線は特異な 性質を示す(Fig.4(a)). k_m の絶対値が大きくなる に従って,振幅比がピークをとる周波数が小さく なる.これは,系の固有振動数である $\sqrt{(k_{dcs}+k_m)/m}$ が小さくなるためである.また, k_m の絶対値が大きくなるに従って,振幅曲線全体が 上に押し上げられ, $f \rightarrow 0$ での値も大きくなって いることがわかる.これは,式(6)で与えられる振 幅比が, $f \rightarrow 0$ では $|k_m/(k_{dcs}+k_m)|$ となるためであ る.位相差についても, k_m の変化,すなわち,固 有振動数の変化によりその挙動が変化しているこ とが分かる(Fig.4(b)).減衰係数 c_m の影響として は,振幅曲線のピークを不明瞭にし,曲線全体を



Fig. 4 Effect of k_m on the amplitude ratio and the phase shift ($c_m = 0.0$ kg/s)

なだらかにしていることが分かる(Fig. 5 (a)). 位 相に対しては,その変化をなだらかにする(Fig. 5 (b)).また,固有振動数以上の振動数で, $c_m = 0$ の ときは位相差は急速にほぼ0に落ち着くが, $c_m \neq 0$ では位相差が負になる.

3.2 メニスカスの動的ばね定数,減衰係数の

導出

メニスカスの動的ばね定数 k_mと減衰系数 c_mを, 周波数 f の関数として実験値を用いて導出するこ とを考える.実験により振幅比と位相がわかるた





Fig. 5 Effect of c_m on the amplitude ratio and the phase shift ($k_m = -10$ N/m)

め,式(5)および式(6)の φ , A_{out}/A_{in} にそれぞれ実験 値を代入し, k_m , c_m について解けばそれらの値が得 られることになる.しかし,これは連立2次方程 式となり,その取り扱いが複雑になる.そこで,解 を式(3)のように仮定し,式(2)に代入して k_m , c_m を 求めると,

$$k_{m} = \frac{c_{dcs}\omega A_{r}\sin\varphi - (-m\omega^{2} + k_{dcs})A_{r}(A_{r} - \cos\varphi)}{A_{r}^{2} - 2A_{r}\cos\varphi + 1}$$
(7)
$$c_{m} = A_{r}\frac{(-m\omega^{2} + k_{dcs})\sin\varphi + c_{dcs}\omega(A_{r} - \cos\varphi)}{\omega(A_{r}^{2} - 2A_{r}\cos\varphi + 1)}$$
(8)



Fig. 6 Raw data for $D_0 = 50 \,\mu\text{m}$ (dotted line : sinusoidal excitation, solid line : response)

となる.ここで, $A_r = A_{out}/A_{in}$ とした.これらの式 により, k_m 、 c_m が周波数の関数として求まる.

4. 実験結果

4.1 測定波形

本実験装置で得られた振動伝達実験測定波形の 例をFig.6に示す.図中の点線は正弦波状の強制 振動を示し、実線は応答を示している.図より(i) 応答振幅は、1 Hz から 80 Hz 付近までは漸増し、 その後は減少する(本実験装置の固有振動数は 83.0 Hz であることに注意)(ii)加振周波数によっ て位相が変化する、ことがわかる.さらに(iii)す べての加振周波数 $f = \omega/2\pi$ において、正弦波状の 応答が得られている.これは、微小振動の仮定に よって得られた線形運動方程式(2)が、本実験条件 の下での結果の解析において有効であることを示 している.

ここで、本実験系は基本的には非線形系であり、 応答振幅が変化することによってばね定数,減衰 係数が変化し,応答波形に歪みが生じることがあ り得る.本研究での非線形性は,平均2面間距離 D_0 に比べ,その変動分 $\Delta D = z - A_{in}\sin\omega t$ が無視で きない場合に現れてくると考えられる.つまり, $\Delta D << D_0$,すなわち, $z - A_{in}\sin\omega t << D_0$ が満足され れば,ほぼ線形の現象であると考えられる.そこ で, $\Delta D/D_0$ の最大値($\Delta D/D_0$)_{max}をFig.6のような実 験波形から計算した結果をFig.7に示す.Fig.6で



Fig. 7 Frequency dependence of $(\Delta D/D_0)_{\text{max}}$

は、共振点近傍で応答振幅が大きくなっているが, 同時に位相が0に近づくため、(ΔD/D₀)_{max}は小さく なることが分かる.また,全体を通して(ΔD/D₀)_{max} の最大値は0.24程度であることが分かる.このよ うに比較的大きな比をとる場合でも,測定波形は Fig. 6と同様,正弦波加振に対する応答として上下 非対称性の無い正弦波波形が得られており,少な くとも本研究の実験条件では非線形性は認められ なかった.

4.2 振幅比および位相差

得られた波形から振幅比を求めたものを Fig. 8 に示す. 平均2面間距離 D₀が小さくなるにつれ て,振幅曲線のピークを示す振動数が小さくなる ことがわかる.これは,2面間距離によってメニ スカスのばね定数k_が変化し、前述したように、負 のばね定数の値によってピークが移動することを 示している(Fig. 4 (a)参照).また, D₀ = 250 mm から 100 mm ではピークの値が大きくなり, $D_0 =$ 100 mm から 25 mm では小さくなっている.これ らピーク値の変化は,さらに細かい周波数刻みで データをとり,検討する必要があるが,定性的に は以下のように説明できる .D₀ = 250 mmから100 mmでのピーク値の急増の理由であるが,まず,2 面間距離 D_0 が大きく, $c_m \approx 0, c_{dcs} = 1.08 \times 10^{-2} << 1$ の場合,式(6)より共振点において振幅比は以下の ように簡単化される.

$$\frac{A_{out}}{A_{in}} = \frac{\sqrt{m}}{c_{dcs}} \cdot \frac{|k_m|}{\sqrt{k_{dcs} + k_m}} \tag{9}$$

すなわち k_m が負でその絶対値が大きくなると,式 (9)の分母は小さくなり,分子は大きくなるため, 振幅比が大きくなることがわかる.したがって, このようにメニスカスの減衰係数が小さい場合, 2 面間距離が小さくなることによってメニスカス のばね定数の絶対値が大きくなり(Fig. A2参照), これにともなって A_{out}/A_m のピーク値が大きくなっ たと考えられる. $D_0 = 100 \text{ mm}$ から25 mmにおい ては,後述するように(Fig. 10), k_m の変化よりも c_m の変化が非常に大きく,その値も大きくなるた め c_m の影響が顕在化してくるものと考えられる. さらに, D_0 が小さくなるにつれて振幅曲線全体が なだらかになっていることがわかる.これも,メ ニスカスの減衰係数 c_m の影響であると考えられる (Fig. 5 (a)参照). 次に,位相差をFig.9に示す. D_0 が小さいほど, 位相の変化がなだらかになっていることがわかる. また, $D_0 = 250 \text{ mm}$ を除けば,固有振動数以上の 振動数では負の値をとる.これも,減衰係数 c_m の 影響として定性的に説明することができる(Fig.4 (b), 5 (b)参照).

これらより,メニスカスの振動伝達特性は,Fig. 3に示したモデルにより,定性的に説明できるこ とがわかる.

4.3動的ばね定数と減衰係数の周波数依存性

本節では, k_m, c_mを周波数の関数として求める.



Fig. 8 Amplitude ratio obtained by the vibration transfer experiment



763

振幅比 $A_r = A_{out}/A_{in}$, 位相 φ の実験値を式(7), (8)に 代入して求めた k_m , c_m を, Fig. 10に示す.また,同 図には付録 C で述べた最小二乗法により求めた, 周波数に依存しない k_m , c_{ml} も点線で示している. まず, Fig. 10 (a)に示すメニスカスのばね定数 k_m は,平均 2 面間距離 D_0 が小さくなるほど,周波数 依存性が強くなり,周波数が大きくなると,ばね 定数の絶対値が小さくなる傾向がある.また, D_0 が大きい場合は,その逆の傾向があること,およ び共振点近傍ではその値が大きく変動することが 分かる.次に, Fig. 10 (b)に示すメニスカスの減



Fig. 10 Spring constant k_m and damping coefficient c_m as a function of frequency

衰係数 c_mは,周波数依存性がほとんど見られないが,平均2面間距離 D₀が小さく,かつ低周波領域において周波数依存性が強くなり,その値が急減する傾向があることがわかる.

これらの特性は,付録Aに述べた準静的理論で は説明できないものである.また,付録Cに示し たように,準静的理論から求めたばね定数k_{ms},お よびスクイズ効果による液体の粘性減衰定数c_{msq} とは異なる値をとる.従って,メニスカスの効果 を含む機械システムの動特性を予測する際には, このような動的な効果を考慮しなければならない. これらの結果に対する理論的な説明は今のところ 困難であるが,強制振動に対するメニスカスの形 状の応答に起因するものではないかと著者らは考 えており,今後の課題である.

4.4 実験波形との比較

本研究で求めた,周波数の関数としてのメニス カスの動的ばね定数 k_k と減衰係数 c_k の値を,式(4), (5)に代入して式(3)を用いれば,球面レンズの応 答が計算できる.そこで,平均2面間距離D₀=50 mmにおいて,加振周波数f=10,78,100 Hz につ いて応答を計算し,実験結果と比較したものが Fig. 11 (a) - (c)である.また,付録Cに述べた最 小二乗法による,周波数に依存しないk_m, c_mの値 を用いた計算結果も同図に示す.図より,周波数 の関数として求めた k_m, c_m の値を使用した場合は, 実験波形とほとんど一致することがわかる.一方, 周波数に依存しない形で求めたk_m, c_mを用いたも のについては f = 78 Hz (Fig. 11 (b))では良い一致 が得られるが, f = 10 Hz (Fig. 11 (a))では過少評 価, f = 100 Hz (Fig. 11 (c))では過大評価となるこ とがわかる.これは,式(6)の振幅曲線へのフィッ ティングの状況により,実験との一致の度合いが 変わってくるためである.Fig. C1のD₀ = 50 mm についての結果を見れば, f = 10 Hz 付近では フィットされた曲線は実験結果より小さくなって おり,振幅を過小評価する.f=78 Hz では実験結 果とほぼ一致しているため,波形も一致する.同 様に, f = 100 Hz では曲線が実験結果よりも大き くなっているため, Fig. 11 (c)の波形の振幅が大 きく出ているのである.位相に関しても,周波数 に依存しない形で求めた場合は若干のずれが認め られる.これらのことは, k_m , c_m の周波数依存性を

示したFig. 10からも ,それらの大小関係より予測 できるものである.

このように、周波数の関数として求めたk_m, c_mを 用いた場合は、実験結果と非常によく一致し、周 波数に依存しない形で求めた場合は振幅、位相と もに曲線の一致の状況によってずれが生じる、 従って、メニスカスの効果を含む機械システムの 動的特性を正確に把握するためには、このような 周波数に依存した動的メニスカス特性を考慮すべ きである.ただし、最小二乗法を用いた場合でも、 Fig. C1に示すように、全体の定性的な性質はよく 表しており、メニスカスを含む機械システムの動



Fig. 11 Comparison between calculated and experimental responses for $D_0 = 50 \,\mu\text{m}$

的特性の定性的傾向をみるには十分であると考え られる.

5. まとめ

動的メニスカス力を測定する実験装置を開発し, これを用いてメニスカスによる振動伝達実験を 行った.この実験により得られた振幅比および位 相は,メニスカスをVoigtモデルで表し,微小振動 を仮定した線形運動方程式から得られた結果によ り定性的に説明できる.

また,メニスカスの動的ばね定数および減衰係 数の評価手法を確立し,それらの周波数依存性を 明らかにした.ばね定数は平均2面間距離が小さ くなると周波数依存性が強くなり,減衰係数はほ とんど周波数に依存しないことがわかった.

さらに,周波数に依存したメニスカスの動的ば ね定数と減衰係数,および最小二乗法による周波 数に依存しない動的ばね定数と減衰係数を用いて 応答の比較を行った.その結果,動的効果の重要 性,とりわけ,周波数依存性を考慮することの重 要性が明らかになった.

これらの結果は,メニスカスが影響を及ぼすよ うな微小機械システムの動特性を明らかにする上 で重要であり、特に計算機シミュレーションでは, 本研究で述べたような動的特性を考慮して解析す る必要があると考えられる.

謝 辞

本研究を遂行するにあたり,鳥取大学工学部応 用数理工学科学生北野修君に実験装置の製作,実 験データの取得に協力して頂いた.ここに感謝の 意を表する.

文 献

- E. M. Lifshitz : The Theory of Molecular Attractive Forces between Solids, Soviet Phys. JETP, 2 (1956) 73.
- J. N. Israelachvili & D. Tabor : The Measurement of van der Waals Dispersion Forces in the Range 1.5 to 130 nm, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, **331** (1972) 19.
- 3) H. K. Christenson : Adhesion between Surfaces in Undersatu-

rated Vapors - A Reexamination of the Influence of Meniscus Curvature and Surface Forces, J. Colloid and Interface Sci., **121** (1988), 170.

- H. Hamilton, R. Anderson & K. Goodson : Contact Perpendicular Recording on Rigid Media, IEEE Trans. Mag., 27 (1991), 4921.
- H. Hamilton : Perpendicular Contact Recording on Rigid Media, Journal of the Magnetics Society of Japan, 18 - S1 (1994), 171.
- K. Ono, K. Iida & K. Takahashi : Effects of Design Parameters on Bouncing Vibrations of a Single-DOF Contact Slider and Necessary Design Conditions for Perfect Contact Sliding, ASME J. Trib., **121** (1999), 596.
- K. Ono & K. Takahashi : Analysis of Bouncing Vibrations of a 2-DOF Tripad Contact Slider Model With Air Bearing Pads Over a Harmonic Wavy Disk Surface, ASME J. Trib., **121** (1999), 939.
- 8) 佐藤明伸・安食賢・柳沢雅広: ウェット方式によるコン タクト記録のHDI設計,日本応用磁気学会誌,21 (1997), 277.
- 9) T. Kato, S. Watanabe & H. Matsuoka : Dynamic Characteristics of an In-Contact Headslider Considering Meniscus Force Part 1: Formulation and Application to the Disk with Sinusoidal Undulation, ASME J. Trib., to be published.
- L. R. Fisher & J. N. Israelachvili : Determination of the Capillary Pressure in Menisci of Molecular Dimensions, Chem. Phys. Lett., **76** (1980), 325.
- L. R. Fisher & J. N. Israelachvili : Experimental Studies on the Applicability of the Kelvin Equation to Highly Curved Concave Menisci, J. Colloid and Interface Sci., 80 (1981), 528.
- 12) L. R. Fisher & J. N. Israelachvili : Direct Measurment of the Effect of Meniscus Forces on Adhesion: A Study of the Applicability of Macroscopic Thermodynamics to Microscopic Liquid Interfaces, Colloids and Surfaces, **3** (1981), 303.
- J. N. Israelachvili : Intermolecular and Surface Forces, 2nd edition, Academic Press (1992).
- 14) F. M. Orr, L. E. Scriven & A. P. Rivas : Pendular Rings between Solids: Meniscus Properties and Capillary Force, J. Fluid Mech., 67 (1975), 723.
- 15) C. Gao, X. Tian & B. Bhushan : A Meniscus Model for Optimization of Texturing and Liquid Lubrication of Magnetic Thin-Film Rigid Disks, Trib. Trans., 38 (1995), 201.
- 16) K. Tanaka : Elastic Contact and Friction between Sliders and Circumferentially Textured Disks - Part II: Meniscus Force, ASME J. Trib., **120** (1998), 35.
- M. C. Friedenberg & C. M. Mate : Dynamic Viscoelastic Properties of Liquid Polymer Films Studied by Atomic Force Microscopy, Langmuir, **12** (1996), 6138.
- 18) B. Bhushan, C. A. Kotwal & S. K. Chilamakuri : Kinetic

Meniscus Model for Prediction of Rest Stiction, ASME J. Trib., **120** (1998), 42.

- 19) 日本化学会編:化学便覧,基礎編 II,改訂 3 版,丸善 (1984).
- J. P. Montfort & G. Hadziioannou : Equilibrium and Dynamic Behavior of Thin Films of a Perfluorinated Polymer, J. Chem. Phys., 88 (1988), 7187.
- J. M. Georges, S. Millot, J. L. Loubet & A. Tonck : Drainage of Thin Liquid Films between Relatively Smooth Surfaces, J. Chem. Phys., 98 (1993), 7345.

付録A:メニスカスの準静的ばね定数と粘性 減衰係数

準静的なメニスカス力*F_{ms}*は,次式で与えられる⁹⁾.

$$F_{ms} = 4\pi R \gamma \left(1 - \frac{2D}{\sqrt{4D^2 + R^2 \phi_0^4}} \right) \tag{A1}$$

ここで, $R: 球面レンズの曲率半径(R = 10 mm), \gamma$:液体の表面張力, D: 2面間距離, $\phi_0: 充填角(\phi_0 = 0.007 rad)$ である.ただし,液体と固体の接触角は0 degと仮定している.2面間距離Dによる F_{ms} の例をFig. A1に示す.2面間距離が大きくなるに従って, F_{ms} は小さくなることが分かる.

メニスカスの準静的なばね定数k_mは,式(A1)を 2面間距離Dに関して微分することによって得られ,次式となる.

$$k_{ms} = \frac{\partial F_{ms}}{\partial D} = \frac{-8\pi R^3 \gamma \phi_0^4}{\left(4D^2 + R^2 \phi_0^4\right)^{3/2}} < 0$$
 (A2)

式(A2)より, k_{ms}は2面間距離の関数となり, 負の 値をもつことがわかる.k_{ms}の例をFig. A2に示す. ここでは, k_{ms}の絶対値がプロットされている.図 より, 2面間距離が大きくなるに従って, メニス カスの準静的ばね定数が小さくなることがわかる.

次に,メニスカスの減衰係数が液体の粘性によるスクイズ効果によって起こると仮定すれば,球-平面間の粘性減衰係数*c_{msq}は*,次式で与えられる^{20,21)}.

$$c_{msq} = \frac{6\pi R^2 \eta}{D} \tag{A3}$$

ここで,η:液体の粘度,D:2面間距離である.

付録B:式(2)の過渡解

本文および付録Aに述べたように,メニスカスのばね定数k_mは負の値をとるため,その解は特異な性質を示す.ここでは,運動方程式(2)の過渡解に着目する.

式(2)の同次方程式は,

 $m\ddot{z} + (c_{dcs} + c_m)\dot{z} + (k_{dcs} + k_m)z = 0$ (B1) である.また,解を $z = \exp(\lambda t)$ と仮定して得られ る式(B1)の特性方程式は,

 $m\lambda^2 + (c_{dcs} + c_m)\lambda + (k_{dcs} + k_m) = 0$ (B2) となる.式(B1)の解の形は,式(B2)の解によって 次のように分類される.

(i)
$$(c_{dcs} + c_m)^2 - 4m(k_{dcs} + k_m) < 0$$
, すなわち,
 $(c_{dcs} + c_m)^2 / 4m < (k_{dcs} + k_m)$ のとき
式(B1)の解は,次式で与えられる.
 $z = \exp(-\alpha t)(C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t)$ (B3)
ここで, *C.*, *C.* は定数,



Fig. A1 Relation between the quasistatic meniscus force and the surface separation



Fig. A2 Relation between the quasistatic spring constant of the meniscus bridge and the surface separation

$$\alpha = \frac{c_{dcs} + c_m}{2m} > 0$$
$$\omega_n = \frac{\sqrt{4m(k_{dcs} + k_m) - (c_{dcs} + c_m)^2}}{2}$$

である. α > 0 であるので,式(B3)は振動的に減 衰する.

(ii)
$$(c_{dcs} + c_m)^2 - 4m(k_{dcs} + k_m) = 0$$
, すなわち,
 $(c_{dcs} + c_m)^2/4m = (k_{dcs} + k_m)$ のとき
式(B1)の解は,
 $z = (C_1 + C_2 t)\exp(-\alpha t)$ (B4)

(iii)
$$(c_{dcs} + c_m)^2 - 4m(k_{dcs} + k_m) > 0$$
, すなわち,
 $(k_{dcs} + k_m) < (c_{dcs} + c_m)^2/4m$ のとき

特性方程式(B2)の解は,

$$\lambda_{1} = \frac{-(c_{dcs} + c_{m}) + \sqrt{(c_{dcs} + c_{m})^{2} - 4m(k_{dcs} + k_{m})}}{2m}$$
$$\lambda_{2} = \frac{-(c_{dcs} + c_{m}) - \sqrt{(c_{dcs} + c_{m})^{2} - 4m(k_{dcs} + k_{m})}}{2m}$$

となる (λ_1 , λ_2 は実数). 従って,式(B1)の解は, $z = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t)$ (B5)

となる.ここで, $\lambda_2 < 0$ であるため,式(B5)の第 2項 $C_2 \exp(\lambda_2 t)$ は常に減衰していく.しかし,第1 項は λ_1 の符号によって次のように変わる. (iii-a) $\lambda_1 < 0$,すなわち,

 $0 < (k_{dcs} + k_m) < (c_{dcs} + c_m)^2/4m$ のとき

式(B5)の第1項*C*₁exp($\lambda_1 t$)は,指数関数的に減 衰する.よって,この時は式(B5)は全体に減衰す る解となる.

(iii-b) $\lambda_1 \ge 0$, すなわち $(k_{dcs} + k_m) \le 0$ のとき

式(B5)の第1項 $C_1 \exp(\lambda_1 t)$ は,減衰せず,指数 関数的に増大するか,定数として残る.従って,質 点は釣合位置すなわち平均2面間距離の位置に留 まることができず,加振開始直後に平面ガラス基 板に衝突するか,遠くに離れていってしまう.ど ちらに移動するかは,加振開始時に加振面が質点 に近づく方向か,遠ざかる方向かによって決まる. 式(2)の一般解は,式(B5)と式(3)の和として,

 $z = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t) + A_{out} \sin(\omega t - \varphi)$ (B6) で与えられる . 例えば , 初期条件を t = 0 で z = 0, dz/dt = 0とすると , 定数 C_1 , C_2 は次のようになる .

$$C_{1} = \frac{(-m\omega^{2} + k_{dcs} + k_{m})(c_{m}\lambda_{2} - k_{m}) - (c_{dcs} + c_{m})(c_{m}\omega^{2} + k_{m}\lambda_{2})}{(\lambda_{1} - \lambda_{2})\{(-m\omega^{2} + k_{dcs} + k_{m})^{2} + (c_{dcs} + c_{m})^{2}\omega^{2}}\omega^{2}$$

$$C_{2} = \frac{(-m\omega^{2} + k_{dcs} + k_{m})(k_{m} - c_{m}\lambda_{1}) + (c_{dcs} + c_{m})(c_{m}\omega^{2} + k_{m}\lambda_{1})}{(\lambda_{1} - \lambda_{2})\{(-m\omega^{2} + k_{dcs} + k_{m})^{2} + (c_{dcs} + c_{m})^{2}\omega^{2}}\omega A_{in}$$

従って,定数 C_1 の符号は主に A_{in} によって決まることがわかる. $C_1 < 0$ の場合はガラス基板に衝突し, $C_1 > 0$ の場合は遠くへ離れてしまう.

これらより $(k_{dcs} + k_m) > 0$ の場合は,過渡解が 減衰し,質点が釣合位置で安定に振動することが できる.言い換えれば $(k_{dcs} + k_m) \le 0$ の場合は, メニスカスによる振動伝達実験を行うことが困難 になる.本研究においては,平行板ばねのばね定 数 $k_{dcs} = 197$ N/m であり,メニスカスの動的ばね 定数の最大値は,周波数に依存するデータ(Fig. 10 (a))により, $k_m \approx -39$ N/m であるから $(k_{dcs} + k_m) \approx$ 158 N/m となり $(k_{dcs} + k_m) > 0$ の範囲で実験を行っ ていることがわかる.

付録C:式(6)を用いた最小二乗法による動 的ばね定数と減衰係数の計算

本文第4.3節のように,一般的にはばね定数k_mおよび減衰係数c_mの値は周波数の関数であると考えられるが,簡単のため周波数依存性はないと仮定し,振幅曲線に最小二乗法を適用してk_m, c_mの値を求めることにし,これをk_{ml}, c_mとする.このような仮定の利点は,メニスカス力が影響するような微小機械システムの計算機シミュレーションに,得られた定数の値を容易に組み込めることである.

式(6)を用いて最小二乗法を適用した結果をFig. C1に示す.すべての平均2面間距離 D_0 に対して比較的良い一致を示すことがわかる.また,得られた k_{ml} , c_{ml} の値をFig.C2(a),(b)にそれぞれ示す. Fig.C2には,式(A2)を用いて計算した準静的ばね定数 k_{ms} および式(A3)による粘性減衰係数 c_{msq} も同時に示している.これらより,動的実験から得られたメニスカスのばね定数 k_{ml} は,準静的理論によるばね定数 k_{ms} よりもその絶対値が大きく,また,減衰係数 c_{ml} は,スクイズ効果による粘性減衰係数 c_{msn} よりも小さいことがわかる.



