

マルチロータシステムの 地震応答シミュレーション* (ミスアラインメントの影響)

加藤 孝久^{*1}, 松岡 広成^{*2}, 堀 幸夫^{*1}

Seismic Response of a Multirotor System Supported by Oil Film Bearings (Effect of Misalignment)

Takahisa KATO, Hiroshige MATSUOKA and Yukio HORI

Nonlinear behavior of a multirotor system supported by oil film bearings is investigated theoretically by calculating the loci of centers of disks and a journal of the system using a time-marching method. The oil film force of bearings is obtained by solving the Reynolds equation at each time step using a rapid solution presented previously by the authors. It will be shown that a 2-disk/4-bearing rotating system operated under the linear stability limit but above twice the first critical speed becomes unstable when sufficiently large external shocks—an artificial sinusoidal shock and real seismic waves (Taft, California, 1952)—are given to the system. The effect of misalignment of bearings is also examined closely in this study.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Misalignment, Multirotor System, Seismic Response, Nonlinear Vibration, Numerical Simulation

1. 序 論

工業技術の発展に伴って、発電機、タービン、圧縮機、ポンプなどの回転機械は大形化/高速化されている。これらの回転機械は一次危険速度より高い回転速度で運転されることが多く、また、回転軸を支える軸受にはすべり軸受が使われることが多いが、発電機、タービンなどの回転機械は長期間にわたって連続運転されるため、地震などによる衝撃的な外乱が働いても、異常振動、軸受の損傷等を引き起こすことなく安定して運転できるものでなければならない。このような信頼性の高い回転機械を設計、製作するためには、計画設計の段階から振動特性を正しく予測し、ロータと軸受の適切な設計を行う必要がある。

これまでに著者らはジェフコット・ロータ（二つのすべり軸受で支持された1軸ロータ回転系、シャフトは質量がないと仮定されている）および2円板4軸受ロータ系に地震波が加えられた場合のロータの安定性を軸受油膜の非線形性を考慮して調べた⁽¹⁾⁽²⁾。そして

線形理論では安定であると判定されたロータでも、ロータがその危険速度の2倍以上で運転されている場合には、強い外部衝撃が加えられると回転軸系が不安定になり、自励振動が励起され得ることを示し、このような条件で運転される可能性のあるロータ系には線形安定判別のみでは不十分であることを指摘した（このことは円形軸受のみならず2円弧軸受のように安定性が高いと思われる軸受で支持されたロータでもいえることである）。なお、シミュレーションを行う際に、各タイムステップごとにレイノルズ方程式を解く必要があるが、この時に用いる境界条件について考察した結果、ハーフゾンマーフェルト条件を用いても、あるいはより厳密な準レイノルズ境界条件を用いてもほぼ同様の応答シミュレーション結果を得ることがわかった。

さて、多数の軸受を有する長大回転軸を実際に設置する際には軸のたわみを考慮して、軸がカタナリー状になるような軸受アラインメントをとっていることが多い。また、著者らの過去の研究⁽³⁾によると、カタナリー状態からのミスアラインメントが軸系の線形安定性に及ぼす影響も無視できない。そこで、本研究ではカタナリー状態からのミスアラインメントが軸受・ロータ系の振動応答-特に大きな衝撃が加わった場合の振動

* 平成4年4月3日 第69期通常総会において講演、原稿受付 平成3年10月1日。

^{*1} 正員、東京大学工学部 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1)。

^{*2} 東京大学大学院。

応答-に及ぼす影響を調べることにした。なお、前報と同様、正弦波 1 波および実地震波を外力として軸受に与え、ロータ系の振動応答をルンゲ・クッタ・ジル法により求めた。軸受油膜力は各タイムステップごとに有限幅レイノルズ方程式をハーフゾンマーフェルト条件のもとに解くことにより求め、その際には著者らが開発した高速の行列解法を用いた⁽⁴⁾。

2. 記 号

- A : 軸受に加える正弦波状衝撃の加速度振幅
 $a_n = l_n / (E_n I_n)$
 $b_n = l_n^2 / (2 E_n I_n)$
 $d_n = l_n^3 / (6 E_n I_n)$
 E_n : ヤング率
 F_{xn}, F_{yn} : すべり軸受の油膜力の x 方向および y 方向成分
 G : 重力加速度
 $h = 1 + x \cos \theta$
 I_n : 断面二次モーメント
 I_{Dn} : 直径まわりの慣性モーメント
 I_{Pn} : 極慣性モーメント
 l_n : 軸部の長さ
 L : すべり軸受の幅
 m_n : 集中質量
 p : 圧力
 r : すべり軸受の半径
 t : 時間
 x_n, y_n : 垂直および水平方向変位
 ξ : 軸方向座標
 η : 潤滑油粘度
 θ : 軸受角度
 θ_{xn}, θ_{yn} : 水平および垂直軸まわりの傾き角
 χ : 偏心率
 ω : 軸の回転速度
 ω_E : 軸受に加える正弦波状衝撃の振動数
 m_a : ミスアラインメント量
- 添字 n は n 番めの要素の値であることを示す。

3. 理 論

3.1 多軸受回転軸系のモデル化 多軸受回転軸系の振動応答を求めるために、図 1 に示すように回転軸系を質量および慣性モーメントが集中した回転部分と、曲げ剛性だけあって質量がない軸部分との連鎖で近似する。

座標系は軸受中心を結ぶ直線を z 軸とし、鉛直方向下向きに x 軸を、また水平方向に y 軸をとる。

さて、 n 番めの要素には回転円板の慣性モーメント(極まわり I_p , 直径まわり I_D), 軸受の油膜力およびモーメントなどが働き、さらに、軸受の基礎を加速度 $\ddot{x}_B, \ddot{y}_B$ で励振させれば、 n 番めの要素に関する運動方程式は x 方向について、

$$m_n(\ddot{x}_n + \ddot{x}_B) - \frac{2}{d_{n-1}} x_{n-1} + 2\left(\frac{1}{d_{n-1}} + \frac{1}{d_n}\right)x_n - \frac{2}{d_n} x_{n+1} - \frac{3}{b_{n-1}} \theta_{xn-1} - 3\left(\frac{1}{b_{n-1}} - \frac{1}{b_n}\right)\theta_{xn} + \frac{3}{b_n} \theta_{xn+1} + F_{xn} - m_n G = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$I_{Dn} \ddot{\theta}_{xn} + I_{Pn} \omega \dot{\theta}_{yn} + \frac{3}{b_{n-1}} x_{n-1} - 3\left(\frac{1}{b_{n-1}} - \frac{1}{b_n}\right)x_n - \frac{3}{b_n} x_{n+1} + \frac{2}{a_{n-1}} \theta_{xn-1} + 4\left(\frac{1}{a_{n-1}} + \frac{1}{a_n}\right)\theta_{xn} + \frac{2}{a_n} \theta_{xn+1} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり、 y 方向にも同様の式が得られる。したがって、回転軸系を N 個の要素で分割すれば $4N$ 個の微分方程式が得られる。本研究では軸系の静的平衡位置を求めるために伝達マトリックス法を用い、また振動応答を求めるためにルンゲ・クッタ・ジル法を用いる。これらの方法については文献も多いためここでは詳細を省略する。

3.2 軸受油膜力 回転軸が平衡点の近傍で微小振動する場合には、軸受油膜力は軸心位置に関する線形関数で近似できる。しかし、地震のような大きな衝撃を受けて軸心が大きく動く場合には、油膜力を線形近似することはできない。本研究では軸受内で変動するジャーナルの位置の関数として油膜力をとらえる。このためには、シミュレーション過程における各タイムステップごとにレイノルズ方程式を解き、軸受内圧力分布を求める必要がある。そして、求められた圧力分布を軸受表面に関して積分すれば油膜力となる。

有限幅軸受に関し、くさび効果およびスクイズ効果を考慮したレイノルズ方程式は次のように表される。

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{h^3}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h^3}{6\eta} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) = \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (3)$$

さて、前報⁽²⁾で現実的な準レイノルズ境界条件と簡便なハーフゾンマーフェルト境界条件とを比較したと

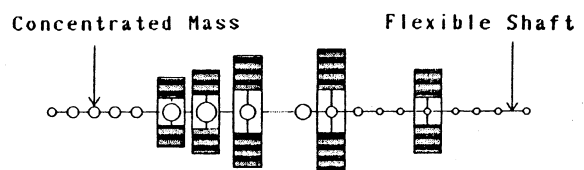


図 1 等価回転軸系

ころ、後者を用いた場合の結果のほうが多少ふれまわりの大きかったものの、両者の結果にはほとんど差がなかった。しかも、計算時間は後者のほうが格段に短い。そこで、本研究では、次に示すハーフゾンマーフェルト条件を用いて計算するのみとする。

$$\xi=0 \quad \text{および} \quad \xi=L \quad \text{で} \quad p=0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\theta=0 \quad \text{および} \quad \theta=\pi \quad \text{で} \quad p=0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

3.3 ミスアラインメントの与え方 本研究では、図3のような2円板4軸受回転軸系すなわち2スパンの回転軸系を取扱い、ミスアラインメントを軸が回転していない状態、すなわち軸が軸受の底に接している状態で、次のように定義する。

まず、基準となるスパン(例えば左側のスパン)を定め、このスパンの一对の軸受は軸受中心を結んだ線が水平となるよう設置する。続いて、これに二つめのスパンを結合させるとき、カップリング部で軸の変位と傾きがそれぞれ連続となるような状態(カテナリ形アラインメント)を考える。ここで、軸受3と軸受4とを関連させて同時に x 方向に移動させることとし、次式で表されるミスアラインメント量 m_a を導入する。

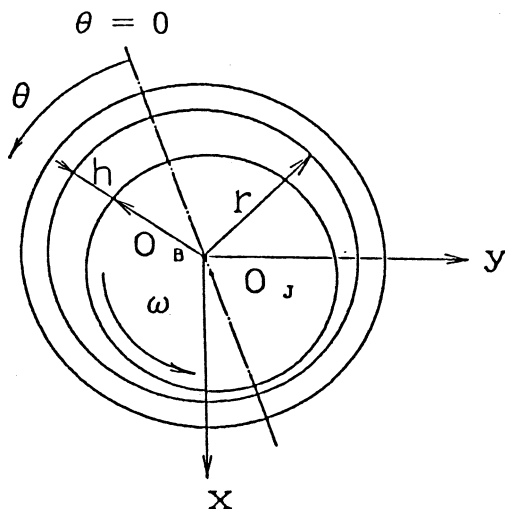


図2 ジャーナルの座標系

$$m_a = \frac{x_3 - x_{30}}{|x_{30}|} = \frac{x_4 - x_{40}}{|x_{40}|} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(ただし、 x_{30}, x_{40} はそれぞれカテナリ形アラインメントからのミスアラインメントがないときの軸受3, 4の x 座標、 x_3, x_4 はそれぞれミスアラインメントを与えたときの軸受3, 4の x 座標とする。) 例えば、 $m_a = 0$ のときはミスアラインメントなし、 $m_a = +1.0$ のときは軸受がすべて一直線上にある状態を表している(図4)。

なお、本研究では二つめのスパンを支持する軸受の移動方向は x 方向(垂直方向)のみとする。

3.4 解析方法 回転軸系に外力が加わっていない状態では、軸は安定に回転していると考え(初期条件)、まずこの状態すなわち静的平衡状態を求める。この時、軸受が3個以上ある場合には軸系は不静定はりとなり、静的平衡状態を求めるには重力および軸受油膜力を考慮した繰返し計算が必要になる。

次に、外力が回転軸系に加わった場合の回転軸系の応答を計算するには、この静的平衡状態を初期値としてルンゲ・クッタ・ジル法を用いる。タイムステップ長さ Δt は計算モデルに応じて変えるがおおむね0.1 ms以下とした。詳しい値は各計算結果のところ述べるが、この値を大きくすると正しい解が得られない。つまり、ルンゲ・クッタ・ジル法では現時刻より Δt 後の状態を予測するわけであるが、 Δt の値が大きすぎると物理的にあり得ない状態、例えば真円軸受の場合に偏心率が1より大きい状態を予測してしまったり

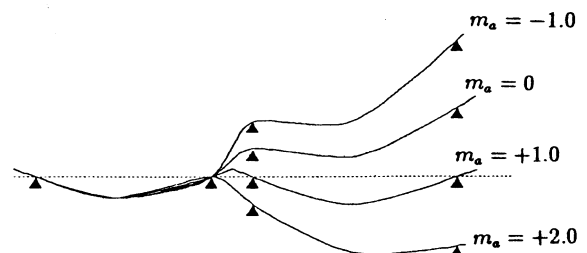


図4 ミスアラインメントの与え方の例

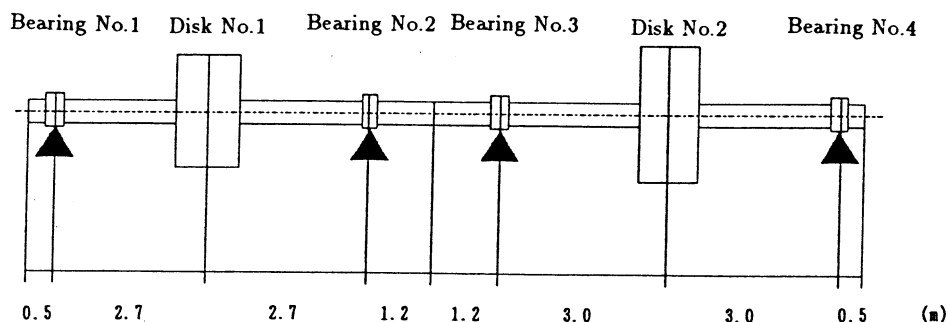


図3 計算モデル

する。本研究では $\dot{x}_n, x_n, \theta_{xn}, \dot{\theta}_{xn}, \dot{y}_n, y_n, \dot{\theta}_{yn}, \theta_{yn}$ の 8 個の変数をルンゲ・クッタ・ジル法における変数としてシミュレーション計算を行った。

4. 計算モデル

図 3 に示す 2 円板 4 軸受回転軸系について計算を行った。軸の仕様を表 1 に、軸受の仕様を表 2 に示す。また、軸の回転速度は 3 600 rpm である。

軸系の振動応答を計算するに先だて、軸系の固有振動数（複素固有値の虚部）および減衰比のそれぞれと回転速度との関係を求めた。その時に、軸受油膜の静的平衡点まわりの線形弾性係数および線形減衰係数（静的平衡点からの変位に比例する弾性係数および変位速度に比例する減衰係数）を用いており、この関係からいわゆる軸系の線形安定限界を求めることができる。ミスアラインメント零のときの固有振動数および減衰比を図 5 に示す。図 5 (a) における原点を通る右上がり 45° の直線は（固有振動数）＝（回転速度）を表しており、軸系の特性曲線（固有振動数を表す曲線）のいずれかがこの直線と交わったところが危険速度である。また、図 5 (b) は減衰比と回転速度との関係を表しており、減衰比が負の値になると振動の振幅が増大するため、減衰比が正から負に転ずるところが線形安定限界である。

さて、図に示した例では一次危険速度が約 400 rpm、線形安定限界が約 4 500 rpm である。すなわち、シミュレーションを行う回転軸系の回転速度 3 600 rpm は一次危険速度の 2 倍以上かつ線形安定限界以下である。

5. 計算結果

5.1 正弦波状衝撃に対する応答（ミスアラインメントの影響） まず回転軸系の軸受を設置した基礎に次式で表されるような正弦波状の衝撃 1 周期：

$$\ddot{X}_B = 0, \dot{Y}_B = \begin{cases} A \sin(\omega_E t) & 0 \leq t \leq 2\pi/\omega_E \\ 0 & 2\pi/\omega_E \leq t \end{cases} \quad (7)$$

が回転軸系の水平方向（軸に対して直角方向）に加わった場合の応答を調べた。これまでの研究の結果、回転軸系の固有振動数に近い振動数の振動外力が加わった場合に回転軸系はふれまわりを起しやすことがわかっているので、本研究では回転軸系の固有振動数と同じ値の振動数（アラインメントによって異なる）の強制振動外力を加えてみることにした。ルンゲ・クッタ・ジル法における時間刻み幅は 0.000 05 秒とし、計算ステップ数は 40 000 ステップである。加えた衝撃の加速度振幅 A は 0.15 G とした。これについて、ミス

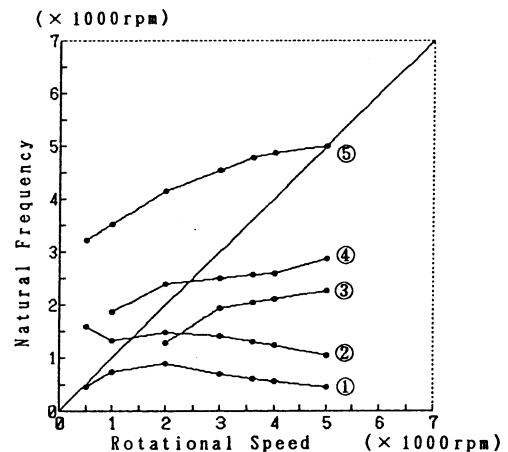
アラインメント量を $m_a = -1.0$ から $m_a = +2.0$ まで変えて、軸受 2 におけるジャーナルの応答を計算した結果を図 6 (a)～(g) に示す。図の左側の円内のグラフは軸心軌跡を、右側のく形内のグラフは x 方向（鉛直下向き）および y 方向（水平方向）へのジャーナル

表 1 モデルロータの仕様

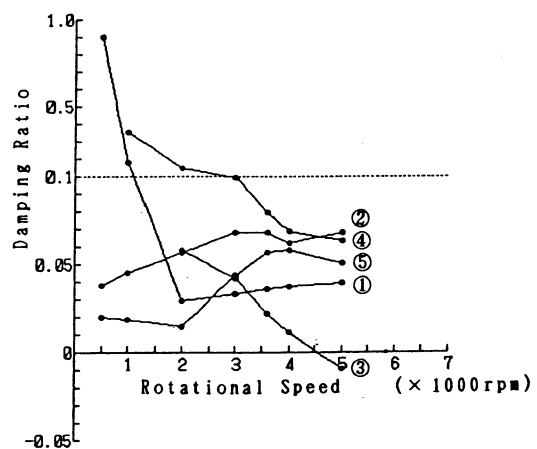
Total Mass of Rotor System	$8.1 \times 10^4 \text{ Kg}$
Mass of Disk No.1	$2.7 \times 10^4 \text{ Kg}$
Mass of Disk No.2	$4.1 \times 10^4 \text{ Kg}$
Total length of Rotor System	14.8m
Distance from Bearing No.1 to No.2	5.4m
Distance from Bearing No.2 to No.3	2.4m
Distance from Bearing No.3 to No.4	6.0m
Elastic Modulus of Shaft	$2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

表 2 軸受の仕様

Radius of Bearing	0.6m
Width of Bearing	0.3m
Radial Clearance	0.9mm
Viscosity of Lubricant	6.0mPa・s



(a) 回転速度と減衰固有振動数の関係



(b) 回転速度と減衰比の関係

図 5 モデルロータの減衰固有振動数および減衰比

中心の時間変動を表している。なお、四つの軸受の中では軸受2あるいは軸受3が不安定になりやすいという結果であったため、ここでは軸受2の計算結果を示し、他は省略する。

さて、これらのグラフより、ミスアラインメントを与えることで応答がかなり変化することがわかる。 $m_a=0$ と $m_a=-0.5$, $m_a=+0.5$ はふれまわらずに振動が収束しているが、そのほかは振動が成長している。ここで、ミスアラインメントに対する線形安定限界速度の変化を計算したところ(図7)、線形安定限界は $m_a=+1.0$ のときに最も高かった。それゆえ、線形安定限界速度が高いから系は安定であるとは必ずしもい

えないことがわかる。したがって、外部からの衝撃がある場合に、回転軸系の安定性に及ぼすミスアラインメントの影響を知るためには線形安定限界速度だけを考慮するのでは不十分であり、本研究のような非線形計算が必要になってくる。

5.2 振動振幅を最も小さくするミスアラインメント量 前節で軸受2あるいは軸受3が不安定になりやすいと述べた。本節ではこのような不安定になりやすい軸受を、ミスアラインメントを与えることで、できるだけ安定にすることを考える。

前節で安定であったのはミスアラインメント量 $-0.5(m_a=-0.5)$ からミスアラインメント量 $+0.5(m_a=+0.5)$ であった。ここではふれまわりの少ないほうから二つ選び($m_a=0$, $m_a=-0.5$), この二つの場合の軸受2と軸受3の応答を図8, 図9に示す。振動外力とその他の計算条件は前節と同じである。これらの図より, $m_i=0$ の場合は軸受2のほうが, $m_a=-0.5$ の場合は軸受3のほうが大きく振動していることがわかる。すなわち, $m_a=0$ から $m_a=-0.5$ になる間にふれまわりやすい軸受が2から3へと移ったこと

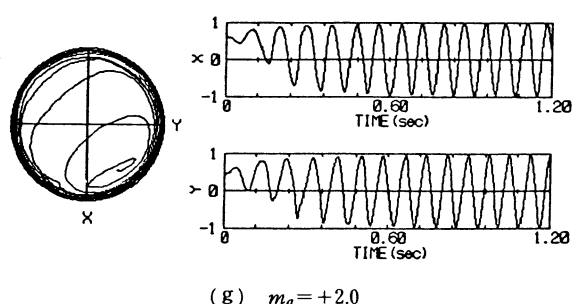
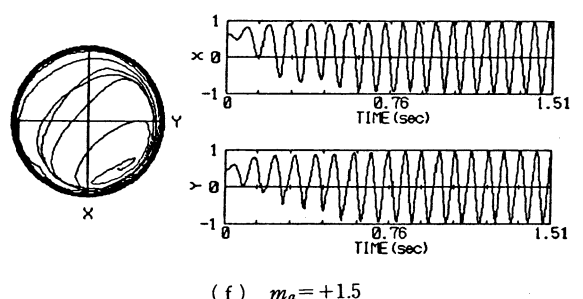
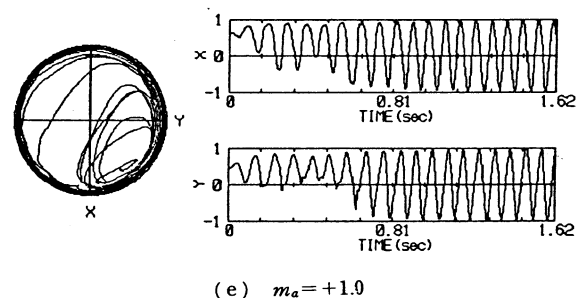
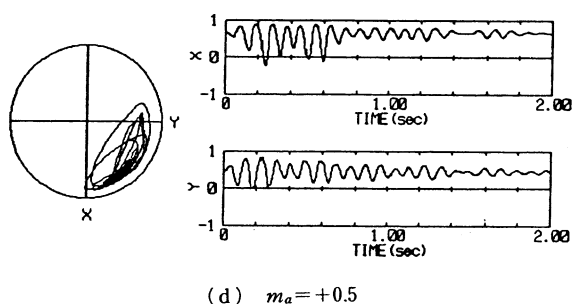
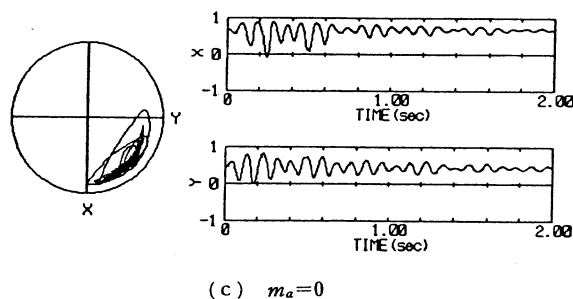
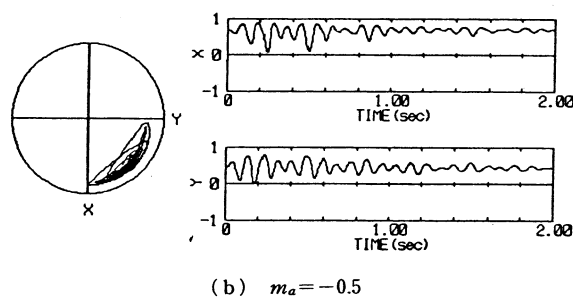
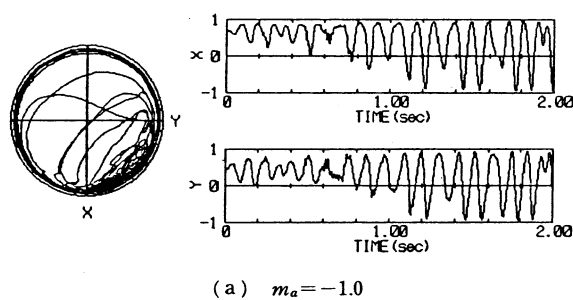


図6 正弦波状衝撃に対する応答

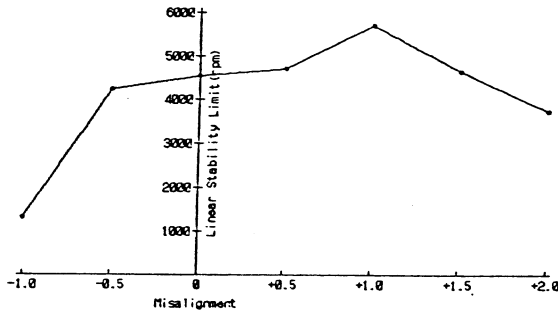
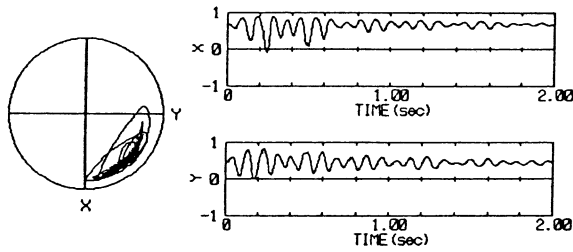
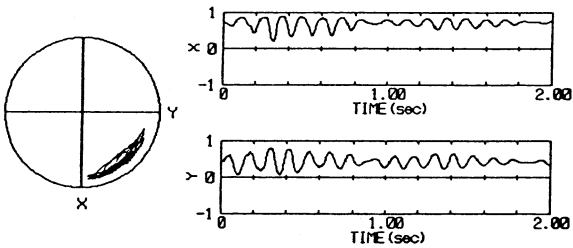


図 7 ミスアラインメントに対する線形安定限界速度の変化

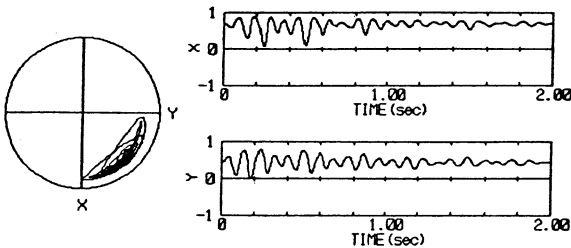


(a) 軸受 2

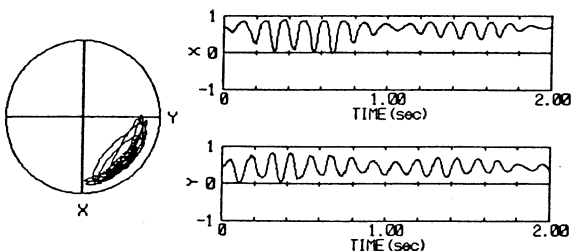


(b) 軸受 3

図 8 $m_a = 0$



(a) 軸受 2



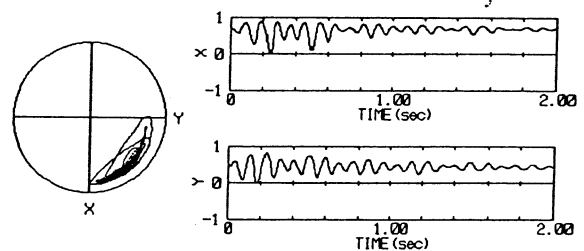
(b) 軸受 3

図 9 $m_a = -0.5$

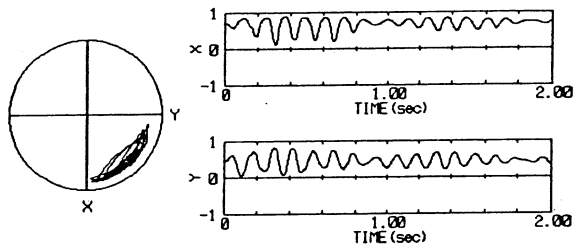
になる。軸受が一つでも不安定になれば系は不安定であるといつてよいので、不安定になりやすい軸受の振動をなるべくほかの軸受に分散してやるようにすればよい。そこで、 $m_a = -0.25$ の場合について同様の計算を行ってみた。その結果を図 10 に示す。軸受 2 と 3 の振動の差がかなりなくなって、全体としてふれまわりが小さくなっていることがわかる。

5.3 実際の地震波に対する応答

回転軸系に実際の地震波として、1952 年に米国で発生した Taft 地震波の東西方向および垂直方向の加速度を同時に加えた。地震波を図 11 に示すが、最大加速度は東西方向に約 0.18 G、垂直方向に約 0.1 G であり、またこれらの地震波を周波数分析したところ、10 Hz 以下の周波数成

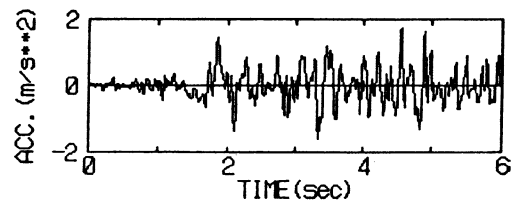


(a) 軸受 2

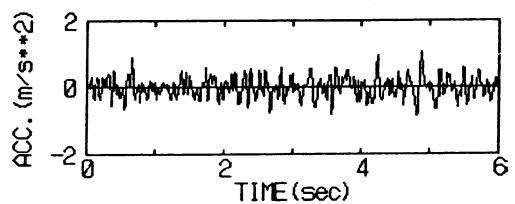


(b) 軸受 3

図 10 $m_a = -0.25$

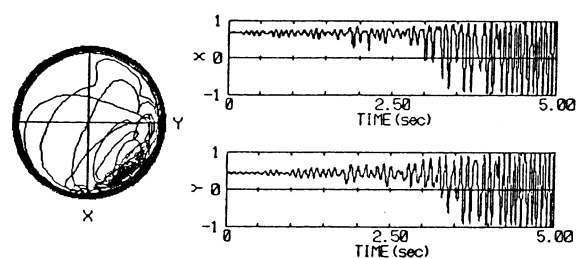


(a) 加速度, 東西方向

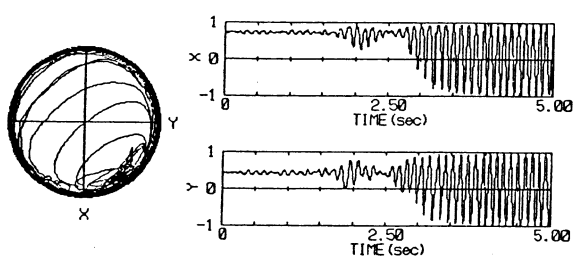


(b) 加速度, 垂直方向

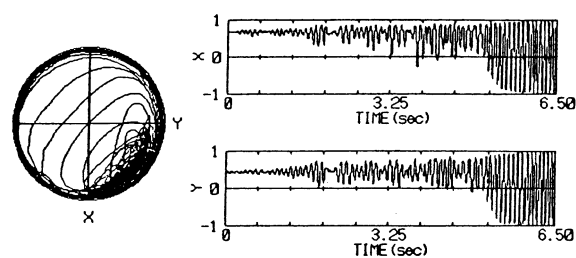
図 11 Taft 地震波



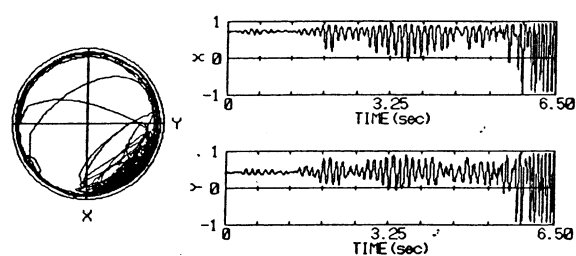
(a) 軸受 2



(b) 軸受 3

図 12 地震波応答 ($m_a=0$)

(a) 軸受 2



(b) 軸受 3

図 13 地震波応答 ($m_a=-0.25$)

分が卓越している。ルンゲ・クッタ・ジル法のタイムステップは 0.000 05 秒とした。ミスアラインメント量 0 ($m_a=0$) と $m_a=-0.25$ の計算結果をそれぞれ図 12, 13 に示す。

$m_a=0$ では地震発生後約 3 秒でふれまわりが起きているが, $m_a=-0.25$ では約 5 秒となっており, 振動に対してかなり強くなっていることがわかる。結局, 本例では, 前項の結果とも考え合わせると, $m_a=-0.25$ 付近が最適のミスアラインメント量であると言える。

6. 結 論

多軸受多円板回転軸系について軸受油膜力の非線形性と軸受のアラインメントを考慮した振動応答シミュレーションプログラムを開発した。そして, 軸受に正弦波状衝撃および実地震波が加わった場合の軸の応答を計算した結果, 次のことがわかった。

軸受配置におけるミスアラインメントが, 回転軸系の線形安定限界速度と非線形計算による振動応答に及ぼす影響は大きく, 線形安定限界速度が高いから系は安定であるとは必ずしも言えない。したがって, 地震のような大きな衝撃に対して安全性の高い回転軸系を設計するためには線形理論では不十分であり, 本研究で用いたような非線形計算が必要である。

また, 外部衝撃が加わった場合に非線形安定性に優れた軸受配置を計算可能であることを示した。本研究で用いた例では, カテナリ形アラインメントより少し軸の曲げを大きくすることによりこの状態を得ることができる。

文 献

- (1) 堀・加藤, 機論, 55-511, C(1989), 611-617.
- (2) 加藤・小口・堀, 機論, 57-544, C(1991), 3761-3768.
- (3) 那須田, 博論, (1981).
- (4) 加藤・堀, 機論, 53-495, C(1987), 2380-2386.