

転がる円板の運動

—転倒時における運動観察と数値解析—

鳥取大学 工学部 応用数理工学科 生体システム解析学研究室

目的

円板を転がすと、円板は徐々に傾きながら倒れていき、その後定常的な回転運動をする。やがて円板の傾きは減衰して、動きは止まる。このときの運動と発生音の関係を調べる。

先行研究

音の時刻歴波形と垂直抗力のピークが対応する。

(M. Saje et al., "The Rattling of Euler's Disk," Multidiscipline Modeling in Materials and Structures Vol. 2 No.1 P. 49-66(18), 2006)

垂直抗力の変動に着目し、運動観察および円板の運動方程式の数値計算を行い調査する。

運動観察

高速度カメラを用いて、円板の運動を撮影し、円板の姿勢、接地平面上での滑りおよび浮き上がりを調べる。

図3に示した矢印がやや右にずれている。

滑りは横方向だけでなく、回転方向にも生じていることがわかった。

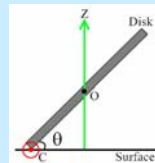


図1. 回転方向の滑り

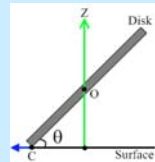


図2. 横方向の滑り

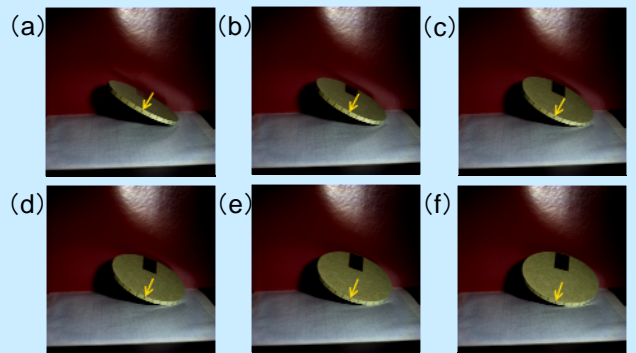


図3. 高速度カメラによる運動観察(時間間隔:5[ms])

数値解析

モデルおよび座標系

厚さを無視した剛体円板を考え、円板と接地平面は一点で接触すると仮定し、転がり状態および滑り状態を考える。

実験室座標系および円板上の座標系を考え、歳差: ψ 章動: θ 自転: φ のオイラー角を用いて表現する。

- ◆ 運動方程式の数値積分: 4次のRunge-Kutta法
- ◆ 円板の半径、質量: 500円硬貨のものを使用
- ◆ 初期条件: 円板を少し傾けた状態で転がす

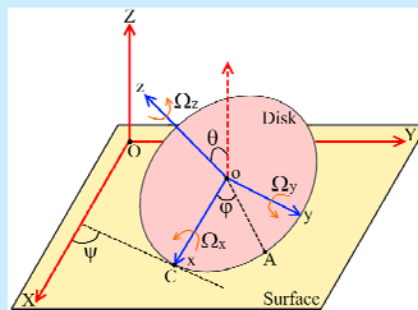


図4. 座標系

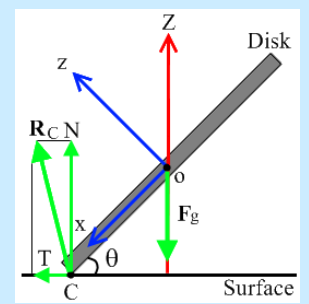


図5. 外力(重力と床反力)

解析結果

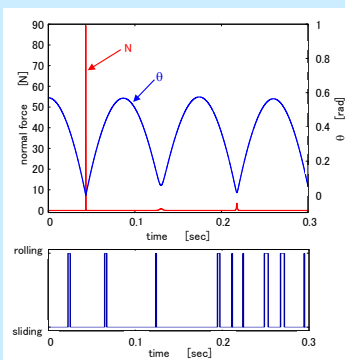


図6. 垂直抗力Nと円板の傾き θ の関係(上)
転がりおよび滑り状態の時間的变化(下)

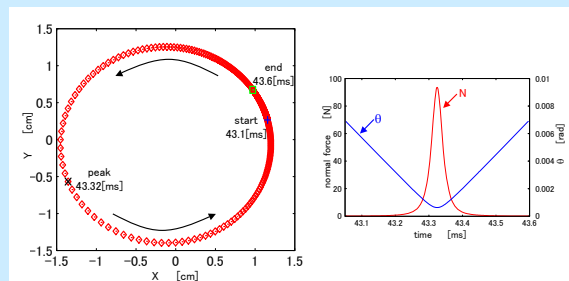


図7. 垂直抗力Nの最初のピークに着目したときの軌跡(左)
垂直抗力Nと円板の傾き θ の関係(右)

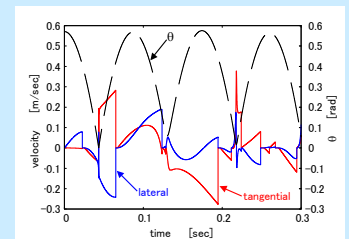


図8. 滑り速度 V_C の回転と横方向成分

円板の傾きは周期的に変化し、小さくなるときに垂直抗力のピークが起こる。垂直抗力のピークは滑り状態のときに起こる。

円板の傾きが小さくなると、接触点は非常に短い時間に、円板とほぼ同じ大きさの円軌道を描く。

ほとんどの時間、円板は滑り状態にあり、接触点は横方向だけでなく、回転方向にも滑っている。