

一様流を伴う矩形ダクト内の音響伝播定数の変化 (一面がインピーダンス壁の場合)

生体システム解析学研究室 小久保武志(2023年度卒)

研究背景

課題: 流れを伴う条件での吸音材の吸音性能の予測

方法: 音波のモード毎の伝播定数を求め、吸音性能を調べる

伝播定数:

ダクト主流方向に進む n 次モードの音波の音圧 p_n

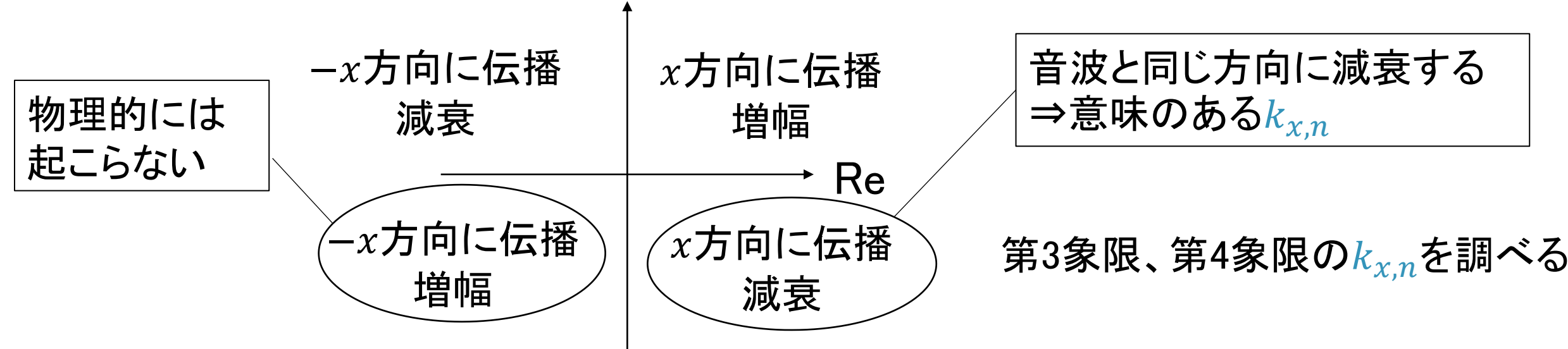
$$p_n(x, z, t) = A_n e^{i(\omega t - k_{x,n}x)} (e^{-ik_{z,n}z} + e^{ik_{z,n}z})$$

$k_{x,n}$ は複素量で表されるため, $k_{x,n} = a + ib$ とすると,

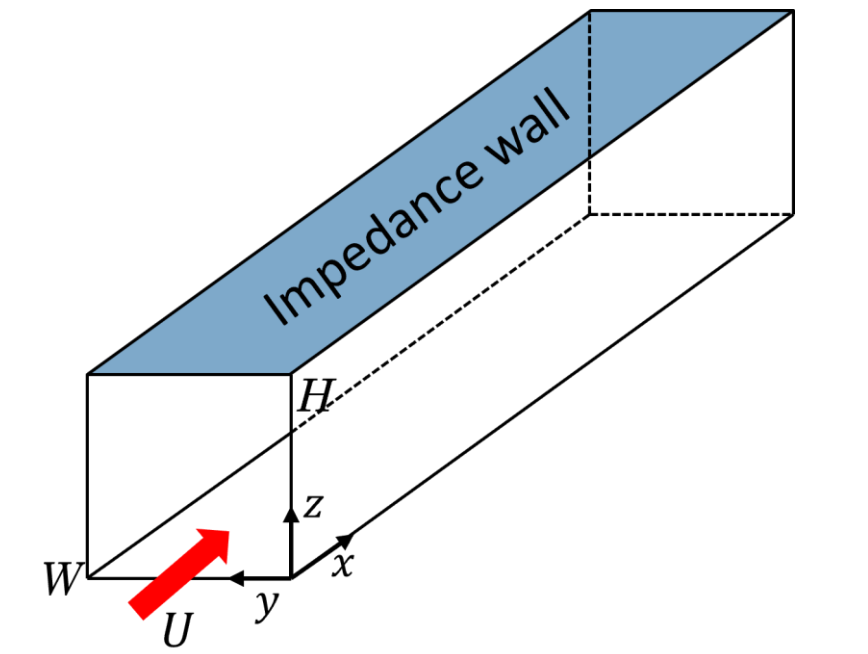
$$p_n(x, z, t) = A_n e^{i(\omega t - ax)} e^{bx} (e^{-ik_{z,n}z} + e^{ik_{z,n}z})$$

$\text{Re}[k_{x,n}]$: 音の伝播方向, 位相変化, $\text{Im}[k_{x,n}]$: 音の減衰or増幅

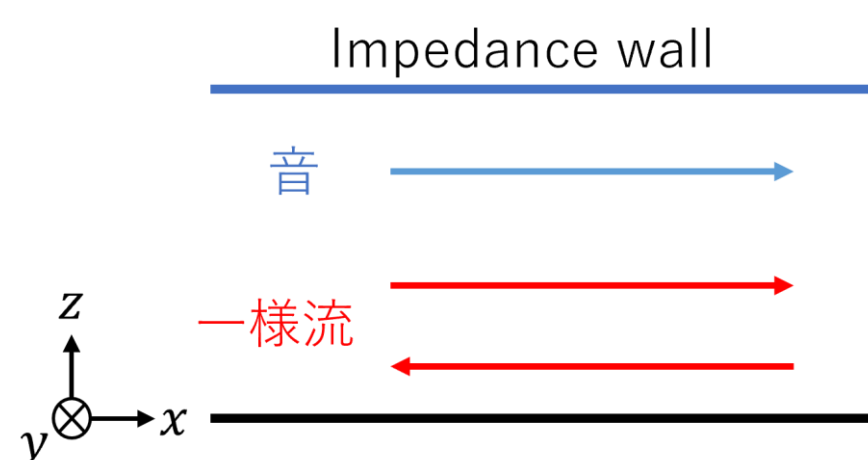
複素平面上の $k_{x,n}$ の物理的意味



問題設定

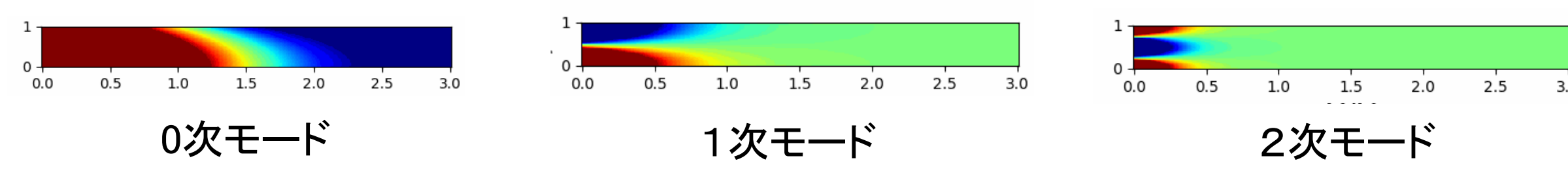


上面($z = H$)にインピーダンス壁
側面($y = 0, W$), 底面($z = 0$)に剛壁
内部に一様流 U が流れている矩形ダクト



ダクト内に音と流れが存在する
ような状況を想定

モード:
ダクト内には異なるモードの音波が重ね合わせになって存在



音響インピーダンスと伝播定数

音響インピーダンス ζ についての固有方程式

$$\zeta = \theta + i\chi = -\frac{k}{k_{z,n}} \left(1 - M \frac{k_{x,n}}{k} \right) \frac{1}{\tanh \left(i \frac{k_{z,n}}{k} kH \right)}$$

Myersの境界条件(Myers,1980)を適用した場合

$$\zeta = \theta + i\chi = -\frac{k}{k_{z,n}} \left(1 - M \frac{k_{x,n}}{k} \right)^2 \frac{1}{\tanh \left(i \frac{k_{z,n}}{k} kH \right)}$$

kH , M , θ , χ をパラメータとして設定し, $k_{x,n}$, $k_{z,n}$ を計算.

音響インピーダンス ζ : 音の伝播のしやすさ θ : レジスタンス χ : リアクタンス

M : マッハ数 ($\frac{U}{c}$) kH : 波数 $\times$ ダクト高さ

$k_{x,n}$: x 方向伝播定数, $k_{z,n}$: z 方向伝播定数

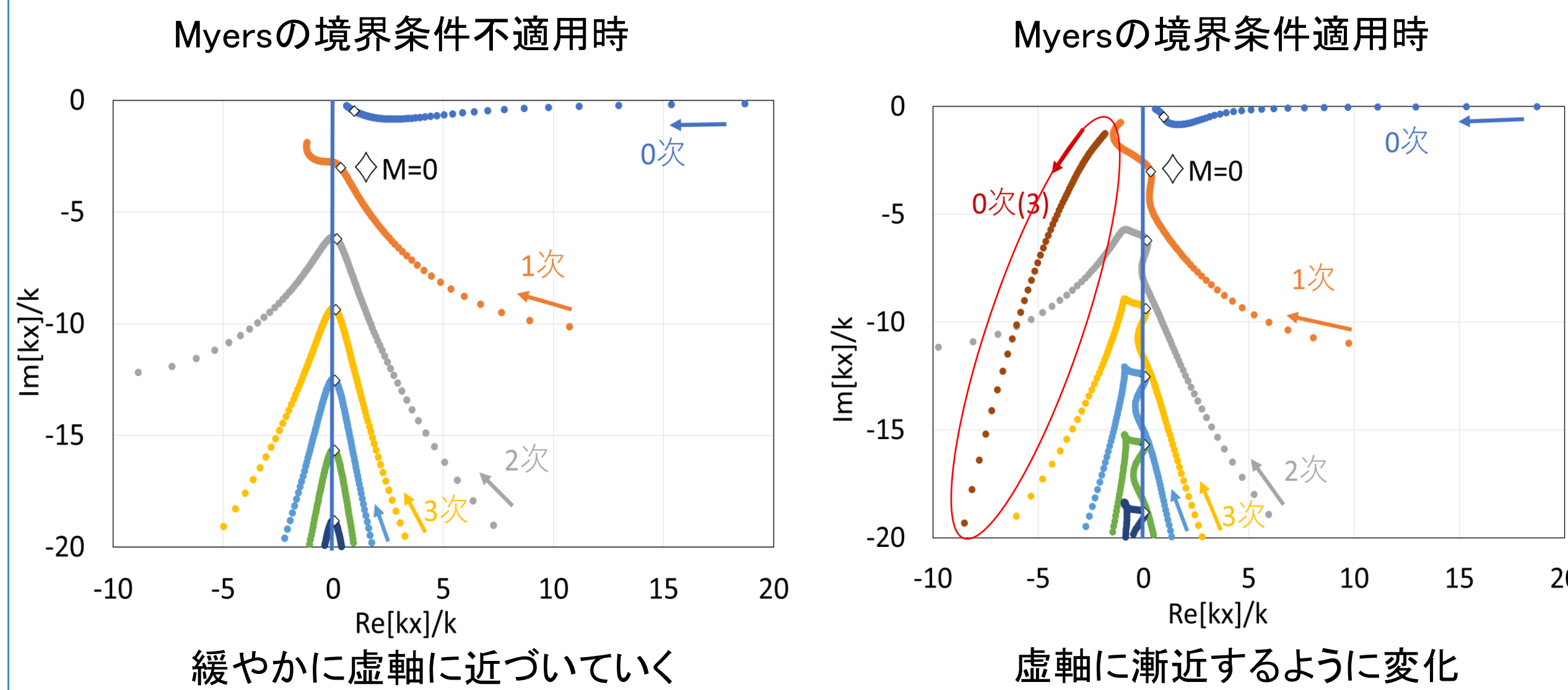
Myersの境界条件

流体粒子の速度と壁面上の速度の連続性を変位に基づいて考える理論

Myersの境界条件を適用する場合としない場合の比較

一様流流速による $k_{x,n}/k$ の変化

($kH=1.0, \theta=1.0, \chi=0$)

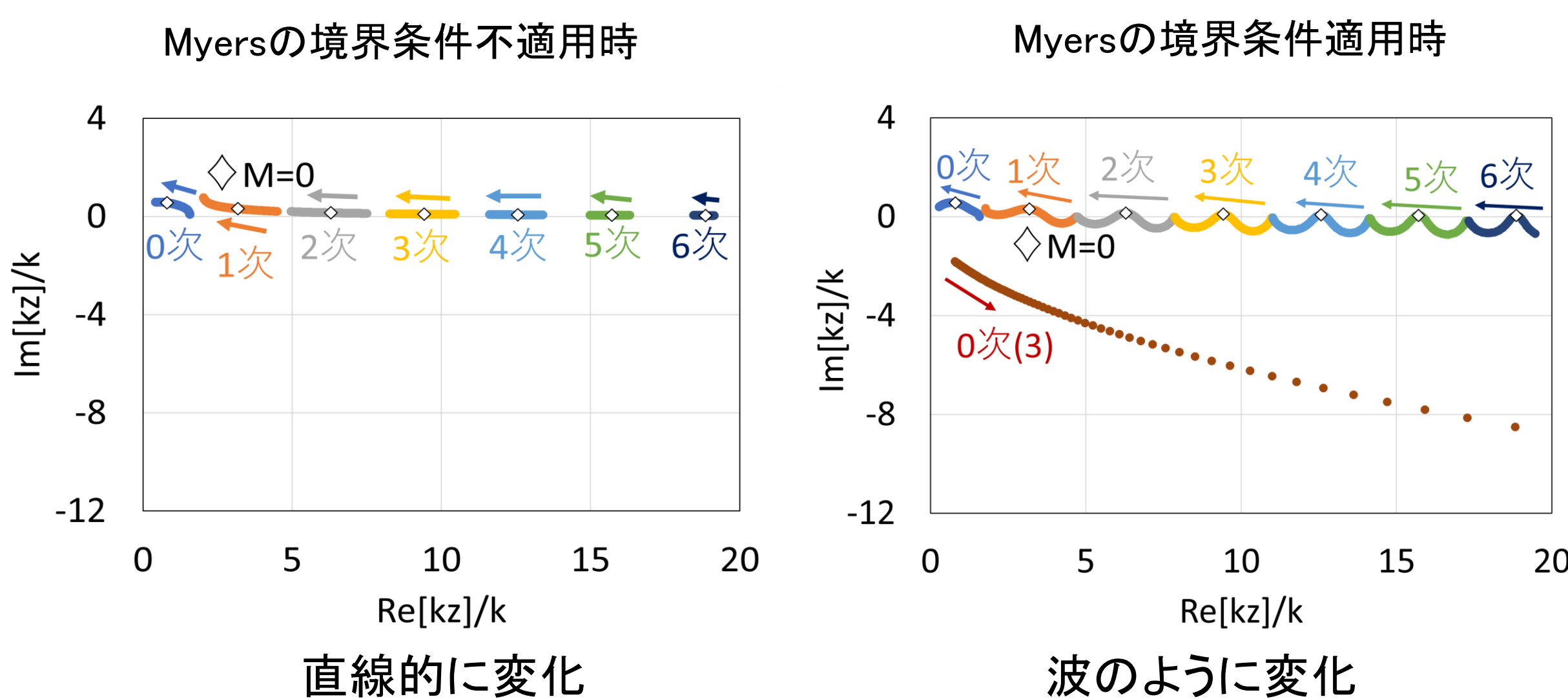


$\Rightarrow$ Myersの境界条件は低マッハ数の時の $\text{Re}[k_x]/k$ の変化の仕方に影響

不適用時には現れなかった0次モードの $k_{x,n}/k$ が第3象限に現れた

一様流流速による $k_{z,n}/k$ の変化

($kH=1.0, \theta=1.0, \chi=0$)



適用時にはマッハ数が小さいときの n 次モードの値とマッハ数が大きいときの $n+1$ 次モードの値が近くなっている

結言

一様流を伴う音響インピーダンス壁を持つ矩形ダクトにおいて、Myersの境界条件を適用する場合としない場合による音響伝播定数の変化を調べた。

- $kH = 1.0$ において、Myersの境界条件を適用した場合、一様流のマッハ数を変化させると、マッハ M の絶対値が小さいときに虚軸への接近の仕方が変わるといった変化が現れた。
- Myersの境界条件を適用した場合、適用しなかった時には現れなかった0次モードの k_x が第3象限にのみ現れた(実現象としては関係がない)。
- z 方向の伝播定数では、マッハ数 M が小さいときの n 次モードの値とマッハ数 M が大きいときの $n+1$ 次モードの値が近くなった。(Myersの境界条件適用時)