

力学演習 II 振動 (6): 3 自由度の連成振動 (例題)

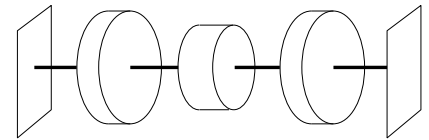
大信田丈志 (応用数理工学科) 2010-01-28

これは演習課題 (小テスト) の予習のための例題です。このとおりの問題が出るわけではありませんが、少なくとも、この例題を解いてみることによって、分からない点がないか確認し、各自で解決しておいてください。なお、昨年までと違って、小テストでのこの例題用紙の持ち込みは不可とします。また、この用紙や例題の答案を提出する必要はありません (したがって評価にも含みません)。

3 個の円柱と 4 本の弾性軸を用意し、これらを組み合わせてねじり振動系を作る。弾性軸のねじり剛性はすべて等しい値 k をもつ。また、円柱の材質はすべて同じで、円柱のうち 2 つは同じ寸法 (半径 R , 高さ H) であるが、1 つだけ寸法が異なる (半径 $\frac{3}{4}R$, 高さ $\frac{4}{3}H$)。

- それぞれの円柱の慣性モーメントを求めよ。なお、半径が大きいほうの円柱の質量を M とする。

- 円柱と弾性軸を、右の図のように配置して、左右対称な振動系を作る。両端は壁に固定されているものとする。この系の運動方程式をたてよ。



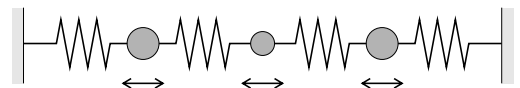
- この系の固有振動数を求めるときの考え方を説明せよ。

- 系の固有振動数 $\omega = \omega_j$ を求め ($0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ とする) M, k および円柱の寸法であらわせ。

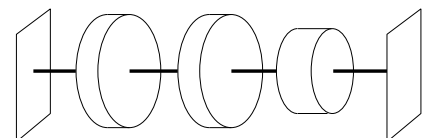
- それぞれの固有振動数に対応する振動モードを求めよ。固有ベクトルの形でも振幅比の形でも、どちらでもよいが、できれば振動の様子がイメージできるような図も示すこと。なお、うっかり分母がゼロになるのに気づかずに計算しておかしな結果になることがあるので、注意しよう。

- 最初は系全体が止まっていたとして、 $t = 0$ で中央の円盤だけに角速度を与えて運動を開始させた場合を考える。この初期条件を満たすような解を求めよ。

- このねじり振動系の運動は、ちょうど右の図のようなバネ質点系と等価である (対応がつく) ことを説明せよ。



- 次に、円柱を並べ替えて、右の図のような非対称な振動系にする。この系の運動方程式をたて、固有振動数を求めよ (近似値でよい)。



- 固有振動モードを求めよ。

- この系の運動方程式の一般解を示せ。含まれる任意定数の個数に注意すること。さらに、検算のため、得られた結果を運動方程式に代入して、確かに等号が成り立つことを確認せよ。