

練習問題

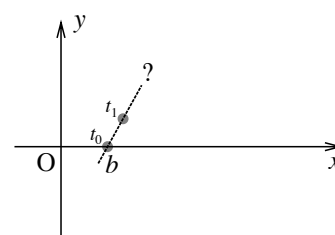
前の週のうちに課題を入手し、各自で予習しておいてください。特に練習 1 は、個人ごとに予習レポートとして提出してもらいます（月曜日提出：今回は 4 月 11 日 13 時まで）。演習前半（3 コマ目）のグループワークでは、練習 1 と練習 2 の両方について班で話し合い、その成果を班レポートにまとめて提出するものとします。

練習 1：物体の運動を図だけで予測する

公式も微分方程式も使わず、<http://www.damp.tottori-u.ac.jp/~ooshida/edu/fall1604c.gif> にあるような方法で、物体の運動の様子をコマ送りで思い浮かべながら求める練習をしよう[†]。

そこで、ある質量 m をもった質点 P が平面上を運動する場合を考える。質点 P は、その位置 $\mathbf{r} = (x, y)$ に応じて $(0, -\alpha y)$ という力を受けているとする（質点が動いて位置が変わるのにつれて力も変化する）。ここでももちろん α は正の定数であり、また重力は無関係である。

この質点 P が動いていく様子を、資料（fall1604c.gif）と同様に、時間を微小な Δt で区切ってコマ送りで予測することを考えよう。P は、最初の時刻 t_0 には位置 $(x_0, y_0) = (b, 0)$ にあり、次の瞬間 $t_1 = t_0 + \Delta t$ には、図のように、少し違う位置 (x_1, y_1) にあったとする。問題は、時刻 $t_j = t_0 + j\Delta t$ における P の位置を順に求めていくことである。



- 時刻 t_2 での P の位置 (x_2, y_2) はどうなるか？ まずは慣性の法則[‡]によって到達するはずの位置を考え、次に、位置 x_1 での力 $(0, -\alpha y_1)$ による軌道の変化を考えることによって、 (x_2, y_2) を予測せよ。
- 同じような考え方で (x_3, y_3) , (x_4, y_4) , ... を予測し、P の軌跡の概略を図示せよ。練習のため、あくまで微分方程式は使わずに図だけで求めること（軌道の曲がり具合と力の方向の関係に気づけば簡単）。

練習 2：運動方程式を解いて物体の軌道を求める

上記の練習 1 と同じ問題を、今度は ODE の知識を用いて扱ってみよう。

- P の運動方程式は、P の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ として

$$m\ddot{\mathbf{r}} = [\text{P が受けている力}]$$

のように書ける。この運動方程式は、今の問題の場合、具体的にはどのような ODE になるか？ 未知数が (x, y) で独立変数が t であることがはっきり分かるような形で記せ。

- 初期条件を考慮して、上記 (a) の運動方程式を解き、 x および y を t の関数として求めよ。説明もきちんと書くこと。
- 得られた解を、以下の 3 つのグラフの形で図示せよ。
 - 横軸が t で縦軸が x のグラフ
 - 横軸が t で縦軸が y のグラフ
 - 横軸が x で縦軸が y のグラフ

このうち、練習 1 の結果と同じになるはずのものは、確かにそうなっているか、よく見比べること。

[†] これをしっかりと理解できてから、次のステップとして、運動方程式を立てて ODE として解くことを学ぶ。なぜそんな回りくどいことをするか？というと、運動の様子と力の方向の関係を心に思い描く練習をせずに公式だけに頼って機械的に処理しようとすると思わぬミスをする人が多いからだ。物体が動いていくイメージと式の意味が結びつくようになればミスは減るはず。

[‡] 直感的に「慣性の法則」をきちんとイメージできることが重要。なるべく、無視しがたい質量のある物体を想像しよう。