

力学演習 II シミュレーション (1)

福井・大信田 (応用数理工学科) 2006-10-10

10月の課題

質量 m の質点が、次の運動方程式にしたがって 1 次元的に運動しているとする:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\alpha x + \beta x^2. \quad (\#1)$$

ここで x は質点の位置座標、 α および β は適当な次元をもつ正の定数である。

次の手順にしたがって、運動方程式 (#1) の数値解を求め、結果をグラフ化して検討せよ。なお、参考資料を後日配布する予定なので、参考にするとよい。

- [1] 運動方程式 (#1) を無次元化し、次に 1 階化することにより、数値計算に適した形に書き直せ。
- [2] 任意の初期条件から出発して数値解を求めるための手順書を作成せよ。人間の言葉で書いてもよいし、Fortran で書いてもよいが、どちらにしても、あいまいさを可能な限り排除すること。
- [3] 与えられた初期条件 (10/18 頃に発表する予定) に対し、 $0 \leq t \leq 10.0\sqrt{m/\alpha}$ の範囲で数値解を求め、次の 2 つの方法でグラフ化せよ:

- 位置の時間変化を示すグラフ (横軸に時間をとり、縦軸に位置座標をとる)
- 位相平面 (横軸に位置座標をとる、縦軸に速度または運動量をとる)

また、2 つのグラフの相互関係が分かるように、対応する点には何らかの記号を書き込んでおくこと。

- [4] 求めた数値解はどれくらい正しいか、理論的に検討せよ (以下の方法のうち適切と思われるものを用いる):
 - 微小振幅近似を用いて運動方程式 (#1) を解き、その解をグラフ化して、数値解のグラフと重ねてみる。
 - 運動方程式 (#1) のエネルギー積分を求め、等エネルギー線を位相平面に図示して、数値解の軌道と重ねてみる。
- [5] おまけ課題: 初期条件を $x|_{t=0} = 0$, $\dot{x}|_{t=0} = V_0$ とし、初速度 V_0 の値を、ちょうど $x_{\max} = \alpha/\beta$ となるように設定する。このときの解を理論的に求め、上記 [3] と同様に 2 種類のグラフを用いて数値解と比較せよ。
※ 他の課題に白紙答案 (またはそれに近いもの) がある場合は、おまけ課題は採点しない。

以上の課題を個人ごとにレポートにまとめ (「おまけ課題」は省いてもよい)、事務室前のレポート箱に提出せよ。しめきりは 11月2日(木)午後5時 とする。

配点: [1][2] 各 20 点, [3][4] 各 30 点
おまけ課題 [5] = 30 点

注意

数値計算はコンピュータにやらせてもよいし、人間が電卓やソロバンで計算してもよい。

コンピュータに実行させる場合は、プログラムを印刷したものを提出する。文字化けしたものはダメ。また、計算結果の数表は不要 (紙の無駄だ)。

人間に実行させる場合は、手順書だけでなく、計算を実行した数表もいっしょに提出すること。また、分担がはっきりしていれば (「計算係」と「指令&記録係」に分ける)、2 人で共同レポートを書いてもかまわない。その場合には、レポートの表紙に分担を明記し、また [3] には 2 人分の初期条件についての結果を示すこと。

内容が不十分なレポートについては、後日返却し、再提出を求める場合がある (8 割ルールを適用する)。