

力学演習II シミュレーション (2)

大信田丈志 (応用数理工学科) 2007-11-15

11月の課題

質量 m の剛体が固定軸のまわりに振り子運動をおこなうとする。摩擦や空気抵抗などが無い場合の運動方程式は

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\ell_G \sin\theta \quad (\heartsuit)$$

のように書ける。ここで $\theta = \theta(t)$ は剛体の向きをあらわす変数、 I は軸まわりの慣性モーメント、 ℓ_G は軸から剛体の重心までの距離、 g は重力加速度である。

- [1] 現実に作れそうな振り子を自分で考えて、形や大きさや質量を適切に定め、 I の値を計算せよ。さらに、微小振動の固有角振動数 ω_n および周期 T を求めよ。計算過程においては単位も式の一部として扱うこと。

注意: なるべく独創的な振り子を考えてください。あまりにも平凡なものや、多数のレポートが同じ値を出してきたものについては、評価しない場合があります。

- [2] 振幅が微小でない場合について調べるために、運動方程式 (♡) の数値解を求めたい。ただし、プログラムに一般性をもたせるため、式 (♡) をそのまま解くのではなく、時間を $\tilde{t} = \omega_n t$ に変換してから数値解を求めるようにする。

2次精度以上の数値解を求める手順書(プログラム)を作り、何らかの方法で解の“正しさ”を検証せよ。たとえば次のような方法が考えられる:

- エネルギーの時間的変動を調べ、 Δt^2 と同程度の小さい変動にとどまっていることを確認する。
- 同じ数値計算を異なる Δt で実行し、結果が (Δt^2 程度の誤差の範囲内で) 同じになることを確認する。

- [3] 上記 [1] で考えた振り子について、振幅が 60 度および 90 度の場合の周期を求めよ。結果は、まず [2] のプログラムを用いて無次元時間で計算し、次に次元のある時間 (秒単位) に換算すること。

- [4] 振り子を作って実験してみたところ、わずかな抵抗が軸受けなどに存在するために、振幅が少しずつ減少していくのが観察された。減少の程度は、15 周期ごとに振幅が半分になるような割合だったとする。この場合について、抵抗を含む運動方程式をたてて数値解を求め、結果を図示せよ。角度 θ の時間変化の図と位相平面の図を両方とも示し、15 周期ごとに振幅が半分になる様子を図から読み取る方法について説明すること。

- [5] **おまけ課題:** 抵抗が存在する場合の数値解を考える。力学演習のホームページ*に掲載される数値計算結果を見て (11 月末までに掲載する予定)、それを再現できるような初期条件および抵抗の値を探し、計算結果を位相平面上に図示し解説せよ。

※ 他の課題に白紙答案 (またはそれに近いもの) がある場合は、おまけ課題は採点しません。

以上の課題を個人ごとにレポートにまとめ (「おまけ課題」は省いてもよい)、事務室前のレポート箱に提出せよ。しめきりは 12 月 7 日 (金) 午後 5 時 とする。

配点: [1]–[4] 各 25 点
おまけ課題 [5] = 30 点

*<http://www.damp.tottori-u.ac.jp/~ooshida/edu/Mech/>